MATEMÁTICA DE 6°

EES N° 13

CUADERNILLO DE ACTIVIDADES

DEPARTAMENTO
DE
Matemática

Unidades:

- Funciones por partes. Función racional.
- Límite: noción. Límites laterales.
- Resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos.
- Vectores: primera parte. Representación, operaciones.
- Números complejos: operaciones en forma binómica y cartesiana.
- Vectores: segunda parte. Ecuación vectorial de la recta.

Tabla de contenido

1. *Funciones por partes. Función racional*....2
2. *Límites* 7
3. *Resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos* 11
4. *Vectores: primera parte*....15
5. *Números complejos: operaciones en forma binómica y cartesiana.* 18
6. *Vectores: segunda parte* 21

1. *Funciones por partes. Función racional*

Funciones definidas por partes.

1) Graficar, resolviendo lo pedido:

$F(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{si } x \leq -1 \\ x & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ -1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$	Indicar: Dominio F(x)= Imagen F(x) = Raíces o ceros: Ordenada el origen: Intervalo de crecimiento Intervalo de decrecimiento Conjunto de positividad: Conjunto de negatividad:

2) Graficar

$F(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x<0 \\ 4 & \text{si } x = 0 \\ x - 2 & \text{si } x>0 \end{cases}$	Indicar: Dominio F(x)= Imagen F(x) = Raíces o ceros: Ordenada el origen: Intervalo de crecimiento Intervalo de decrecimiento Conjunto de positividad: Conjunto de negatividad:

3) Practicar. Graficar e indicar en todos los ejercicios

Dominio F(x)= // Imagen F(x) = //Raíces o ceros: //Ordenada al origen: //Intervalo de crecimiento: //Intervalo de decrecimiento: //Conjunto de positividad: //Conjunto de negatividad:

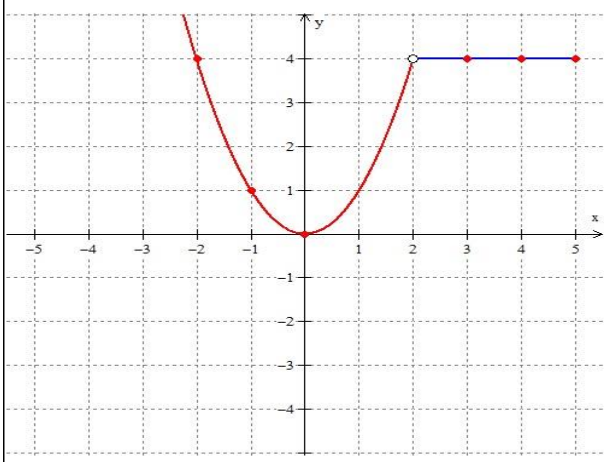
a) $G(x)= \begin{cases} 2x+3 & \text{si } x < -2 \\ X^2-2 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$

b) $H(x) = \begin{cases} x^2-5 & \text{si } x \leq 1 \\ 4 & \text{si } 1< x< 3 \\ x+1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

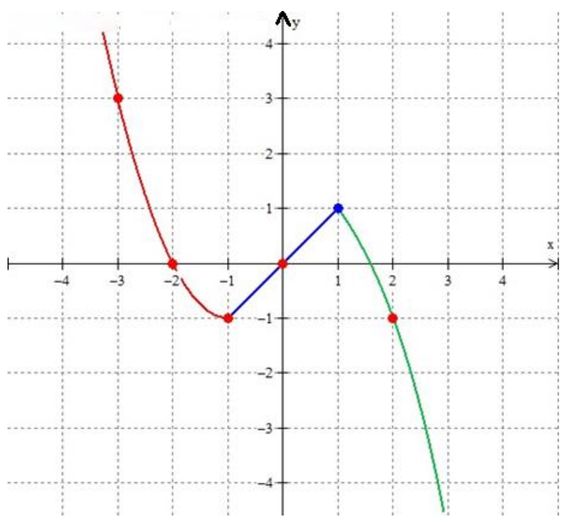
c) $I(x) = \begin{cases} -2x & \text{si } x< -2 \\ x^2 & \text{si } -2 \leq x < 2 \\ 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

4) Marcar con una X la función definida por partes que le corresponde:

a)

	$f(x) = \begin{cases} 4 & si\ x > 2 \\ x^2 & si\ x \leq 2 \end{cases}$	
	$f(x) = \begin{cases} 2x+4 & si\ x > 2 \\ -x^2 & si\ x \leq 2 \end{cases}$	
	$f(x) = \begin{cases} 4 & si\ x > 2 \\ x^2 & si\ x < 2 \end{cases}$	

b) .

	$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & si\ x > -1 \\ x & si\ -1 \leq x \leq 1 \\ -2^x + 3 & si\ \ x < 1 \end{cases}$	
	$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & si\ x < -1 \\ x & si\ -1 \leq x \leq 1 \\ -2^x + 3 & si\ \ x > 1 \end{cases}$	
	$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & si\ x < 3 \\ x & si\ -1 \leq x \leq 1 \\ -2^x + 3 & si\ \ x > -1 \end{cases}$	

Función racional

5) En base al "Ejemplo 1", completa los ejemplos siguientes justificando si la expresión es o no una expresión racional:

Ejemplo 1: $\frac{3}{x}$ es una expresión racional, porque el numerador $P(x) = 3$ es un polinomio y el denominador $Q(x) = x$ también es un polinomio.

Ejemplo 2: $\frac{-3x^2 + 5x - 1}{x^3 + 6x^2 + \sqrt{2}}$ es una ....,
porque $P(x) =$ .... es un .... y
$Q(x) =$ ....

Ejemplo 3: $\frac{-x^5 + 2x}{2x^3 + \sqrt{x}}$ no es una expresión racional, porque ....
....

6) Indica el dominio en cada una de las siguientes expresiones racionales:

a) El dominio de la función $g(x) = \frac{x+8}{x-2}$ es: Dom **g** = $\mathbb{R} - \{........\}$

b) El dominio de la función $p(x) = \frac{x-7}{x+7}$ es: Dom **p** = ...

c) El dominio de la función $q(x) = \frac{x-3}{x\,.\,(x+3)}$ és: Dom **q** = ...

d) El dominio de la función $r(x) = \frac{x^2+1}{(x-5)(x+2)}$ es: Dom **r** = ...

7) Completa los espacios en blanco:

Ejemplo 1: Consideremos la función $h(x) = \frac{3x+4}{x^2-9}$

Para indicar su dominio, necesitamos excluir las .... de su denominador, y como éste es un polinomio, utilizaremos las técnicas que aprendimos para hallarlas.

Factorizamos el .... ⟶ $x^2 - 9 =$ ....

Raíces del denominador: $x_1 =$ .... $x_2 =$ .... => Dom **h** = $\mathbb{R} - \{..................\}$

Ejemplo 2: Consideremos la función $j(x) = \frac{x^2-1}{x^3+3x^2-x-3}$

Para indicar su dominio, factorizamos el denominador:

$x^3 + 3x^2 - x - 3 =$ ....

Raíces del denominador: $x_1 =$ .... $x_2 =$ .... $x_3 =$ .... => Dom **j** = ...

8) Realiza mediante una tabla de valores el gráfico de las siguientes funciones en un mismo sistema coordenado.

$f(x) = \frac{1}{x}$ $\quad g(x) = \frac{1}{x} + 2$ $\quad h(x) = \frac{1}{x} - 3$

a) Indica el dominio y la imagen de cada función
b) Indica las ecuaciones de las asíntotas de cada una.

9) Realiza mediante una tabla de valores el gráfico de las siguientes funciones en un mismo sistema coordenado.

$f(x) = \frac{1}{x}$ $\quad g(x) = \frac{1}{x+3}$ $\quad h(x) = \frac{1}{x-2}$

a) Indica dominio e imagen de cada una.
b) Indica las ecuaciones de las asíntotas de cada una.

10) Teniendo en cuenta las actividades 9 y 10, ¿Cómo puede ser la fórmula de una función que posee una asíntota horizontal y=5 y una vertical x=-1? Grafícala en GeoGebra.

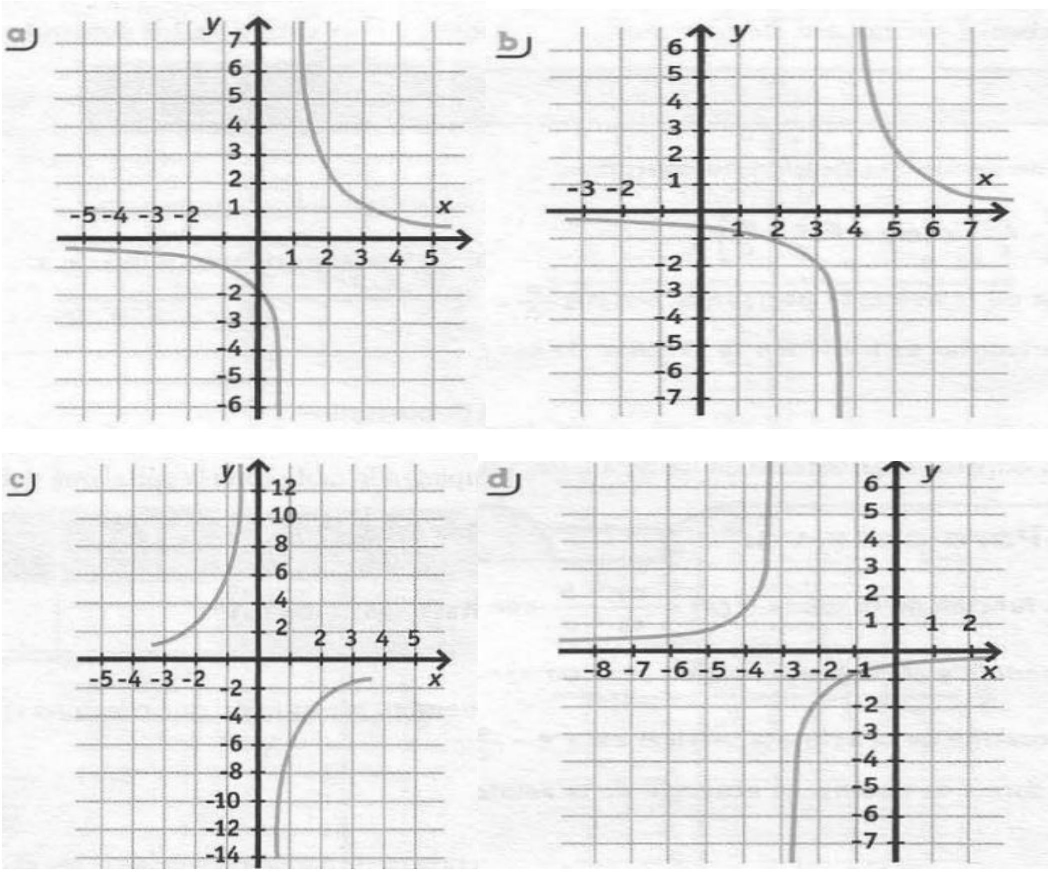
11) Reforzando: Realiza la tabla de valores de cada función. Grafica en un mismo plano coordenado:

a. $f(x) = \frac{5}{x}$
b. $g(x) = \frac{5}{x-5} + 3$

En base a los gráficos que obtuviste:

c. ¿Cuáles son las asíntotas de la función f(x)? ¿Y las de g(x)?
d. ¿Cuáles serían las asíntotas de $g(x) = \frac{7}{x+2} - 4$?
e. En base a los puntos anteriores, ¿cuál es la asíntota vertical en una función del tipo: $f(x) = \frac{k}{ax}$? ¿Esto es válido para cualquier valor de "k"? ¿Por qué?

12) Para cada una de las siguientes gráficas, indiquen dominio, imagen, conjuntos de positividad y negatividad, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, las ecuaciones de sus asíntotas y si son de la forma $f(x) = \frac{a}{x}$ o $f(x) = \frac{a}{x+b}$:



13) Consideren la función $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

a) Indiquen el conjunto dominio y el conjunto imagen. Justifiquen.

b) Indiquen la intersección con los ejes.

c) Completen la tabla con el signo que toma la función y determinen los conjuntos de positividad y de negatividad.

x	$(-\infty; \ldots)$	....	$(\ldots; \ldots)$	....	$(\ldots; +\infty)$
Signo de f		⊗		⊗	

d) Determinen las asíntotas vertical y horizontal. Justifiquen la respuesta.

e) Determinen los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

f) Realicen el gráfico.

g) Encuentren para qué valor de x hay discontinuidad.

14) Analicemos más ejemplos similares al ejercicio anterior:

a. $f(x) = \frac{4x-1}{2x+3}$.

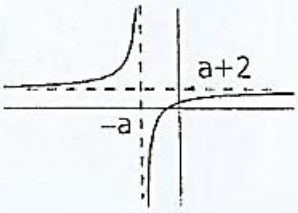
b. $g(x) = \frac{-3x+2}{2x-1}$

Analiza el dominio y construye una tabla de valores. Grafica.

¿Qué sucede con las asíntotas horizontales? ¿Puedes establecer alguna relación? ¿Cuál?

15) Analiza el problema planteado y resuelve lo pedido:

Dada la función racional: $f(x) = \frac{k\ x+1}{x+1}$ Hallar "k" para que f(x) corresponda al gráfico:



16) Responde V o F realizando una justificación de la respuesta:

a) El dominio de las funciones racionales es siempre todos los reales.

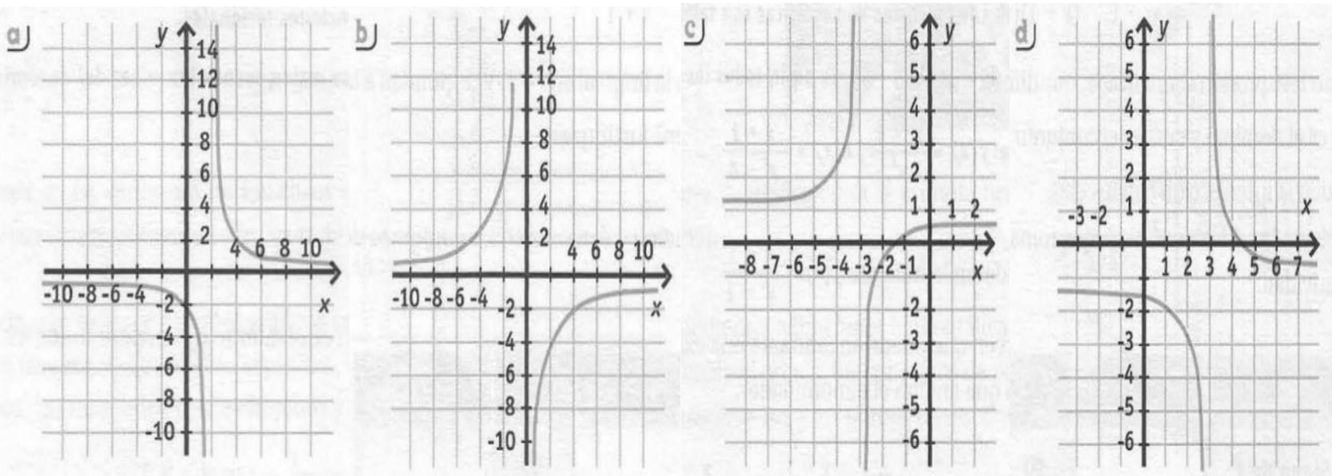
b) Las funciones racionales siempre tienen una sola asíntota vertical.

c) Para que un valor de x se corresponda con una asíntota vertical de una función racional debe hacer cero al denominador y al numerador.

d) Para que un valor de x se corresponda con una asíntota vertical de una función racional debe hacer cero al denominador y debe hacer al numerador cualquier valor distinto de cero.

e) El dominio de las funciones racionales nunca puede ser todo el conjunto de los números reales.

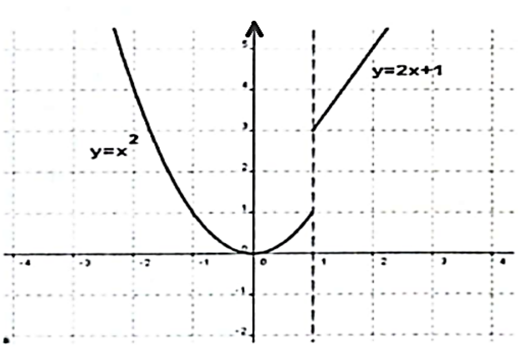
17) Para cada uno de los siguientes gráficos correspondientes a funciones homográficas, indiquen el dominio, la imagen, los conjuntos de positividad y de negatividad, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, las ecuaciones de sus asíntotas y a cuál de las siguientes fórmulas responde: $f(x) = \frac{k}{x}$, $f(x) = \frac{k}{ax+b}$, o $f(x) = \frac{ax+c}{bx+d}$:



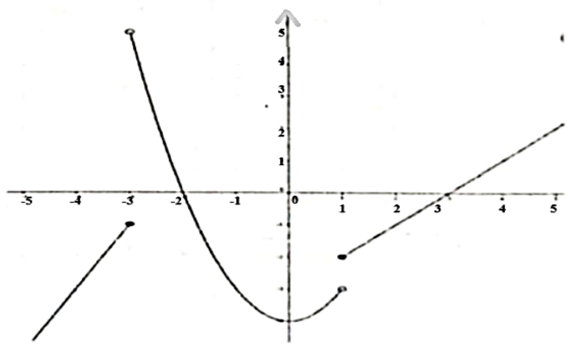
2. *Límites*

1) Teniendo en cuenta los gráficos siguientes, hallar para cada una de las funciones dadas el dominio y los límites en los puntos indicados en cada una:

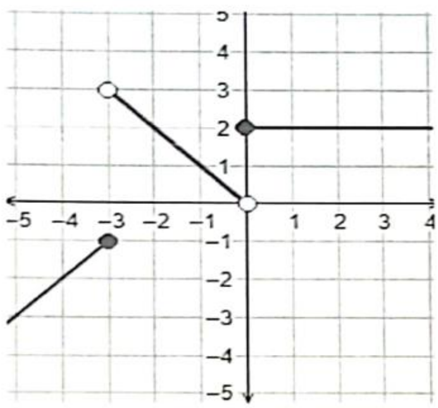
a) En $x_0 = 1$



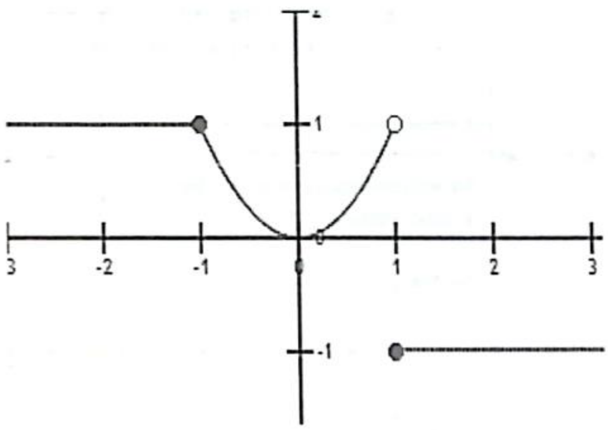
b) En $x_0 = -3$ y $x_1 = 1$



c) En $x_0 = -3$ y $x_1 = 0$



d) En $x_0 = -1$ y $x_1 = 1$



2) Graficar e indicar los límites laterales. Determinar la existencia del límite:

a.

$$F(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

1) $\lim\limits_{x \to -1^-} F(x) =$ 2) $\lim\limits_{x \to -1^+} F(x) =$ 3) $\lim\limits_{x \to -1} F(x) =$

b.

$$F(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x < -3 \\ -4 & \text{si } -3 \leq x < 1 \\ x^2 - 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

1) $\lim\limits_{x \to -3^-} F(x) =$ 2) $\lim\limits_{x \to -3^+} F(x) =$ 3) $\lim\limits_{x \to -3} F(x) =$

4) $\lim\limits_{x \to 1^-} F(x) =$ 5) $\lim\limits_{x \to 1^+} F(x) =$ 6) $\lim\limits_{x \to 1} F(x) =$

c.

$$F(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x < -2 \\ x^2 - 1 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$$

1) $\lim\limits_{x \to -2^-} F(x) =$ 2) $\lim\limits_{x \to -2^+} F(x) =$ 3) $\lim\limits_{x \to -2} F(x) =$

d.

$$F(x) = \begin{cases} 2-x & \text{si } x < 2 \\ x-2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

1) $\lim\limits_{x \to 2^-} F(x) =$ 2) $\lim\limits_{x \to 2^+} F(x) =$ 3) $\lim\limits_{x \to 2} F(x) =$

e.

$$F(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 - 3 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

1) $\lim\limits_{x \to -1^-} F(x) =$ 2) $\lim\limits_{x \to -1^+} F(x) =$ 3) $\lim\limits_{x \to -1} F(x) =$

4) $\lim\limits_{x \to 2^-} F(x) =$ 5) $\lim\limits_{x \to 2^+} F(x) =$ 6) $\lim\limits_{x \to 2} F(x) =$

3) Refuerzo: graficar las funciones y a partir de cada gráfico, determinar el valor de cada límite lateral.

a) $f_{(x)} = \begin{cases} 2x+1 & \text{si} \quad x < 3 \\ 10 - x & \text{si} \quad x \geq 3 \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 3} f(x) =$

b) $f_{(x)} = \begin{cases} -x^2+1 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ x - 2 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 1} f(x) =$

c) $f_{(x)} = \begin{cases} 3-x & \text{si} \quad x \leq 2 \\ x & \text{si} \quad 2 < x < 5 \\ x+1 & \text{si} \quad x \geq 5 \end{cases}$

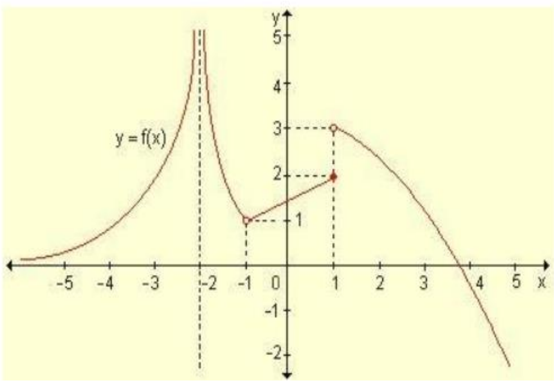
$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 0} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 2} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to 5^-} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 5^+} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 5} f(x) =$

4) Observa los gráficos y determina los límites indicados:

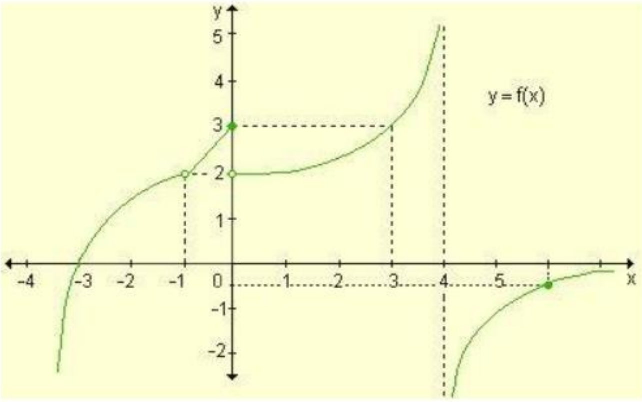
a.



$\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to -1} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 1} f(x) =$

b.

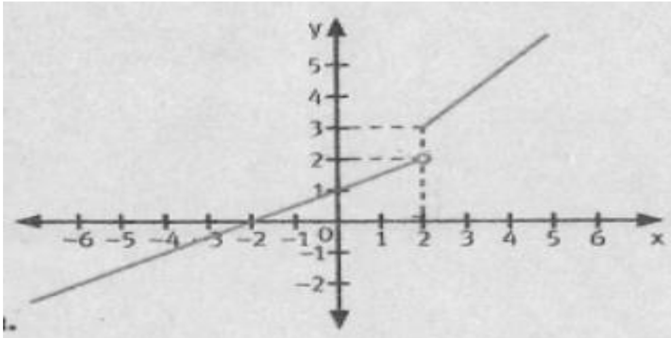


$\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to -1} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 0} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to 4^+} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 4^-} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to 4} f(x) =$

c.

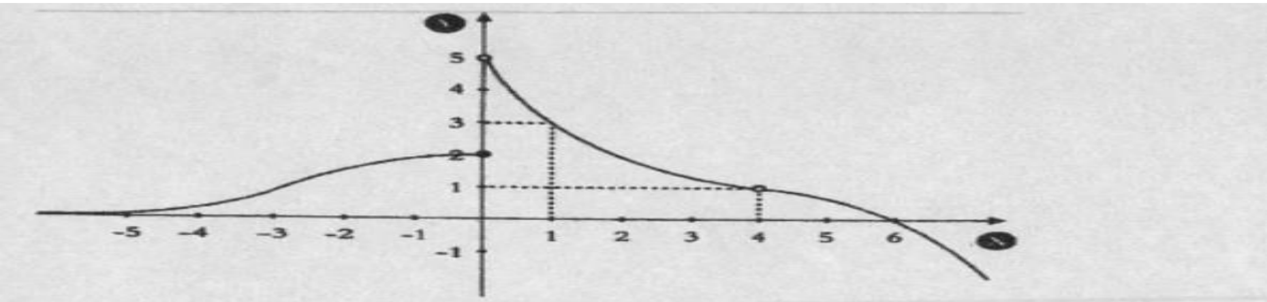


a) $\lim_{x\to 2^-} f(x) =$

b) $\lim_{x\to 2^+} f(x) =$

c) $\lim_{x\to 2} f(x) =$

d.



a) $\lim_{x\to 0^-} f(x) =$ b) $\lim_{x\to 0^+} f(x) =$ c) $\lim_{x\to 0} f(x) =$

d) $\lim_{x\to 1^-} f(x) =$ e) $\lim_{x\to 1^+} f(x) =$ f) $\lim_{x\to 1} f(x) =$

g) $\lim_{x\to 4^-} f(x) =$ h) $\lim_{x\to 4^+} f(x) =$ i) $\lim_{x\to 4} f(x) =$

e.

a) $\lim_{x\to 2^-} f(x) =$

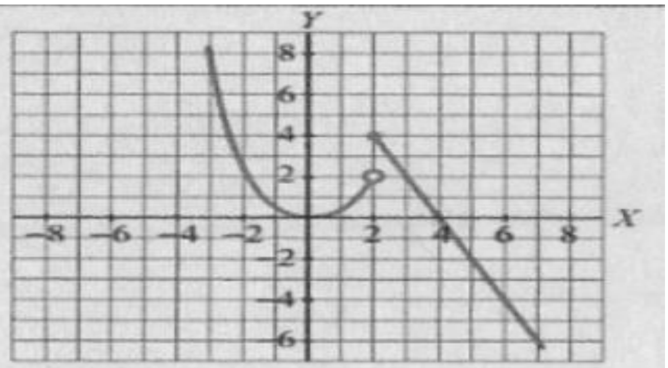
b) $\lim_{x\to 2^+} f(x) =$

c) $\lim_{x\to 2} f(x) =$

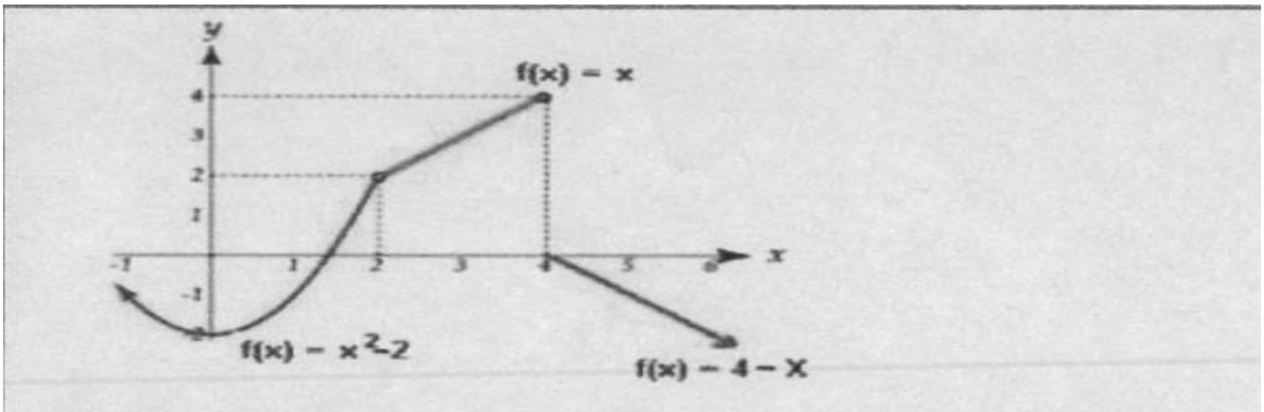
d) $\lim_{x\to 4^-} f(x) =$

e) $\lim_{x\to 4^+} f(x) =$

f) $\lim_{x\to 4} f(x) =$



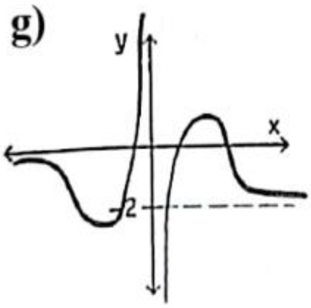
f.



a) $\lim_{x\to 2^-} f(x) =$ b) $\lim_{x\to 2^+} f(x) =$ c) $\lim_{x\to 2} f(x) =$

d) $\lim_{x\to 4^-} f(x) =$ e) $\lim_{x\to 4^+} f(x) =$ f) $\lim_{x\to 4} f(x) =$

g)



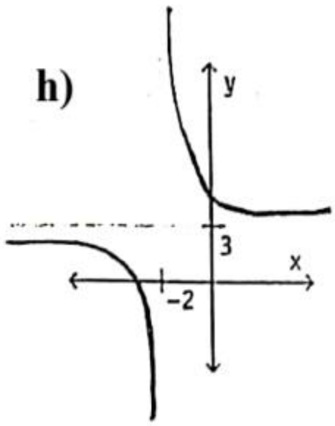
$\lim_{x\to 0^+} f(x) =$ ....

$\lim_{x\to 0^-} f(x) =$ ....

$\lim_{x\to +\infty} f(x) =$ ....

$\lim_{x\to -\infty} f(x) =$ ....

h)



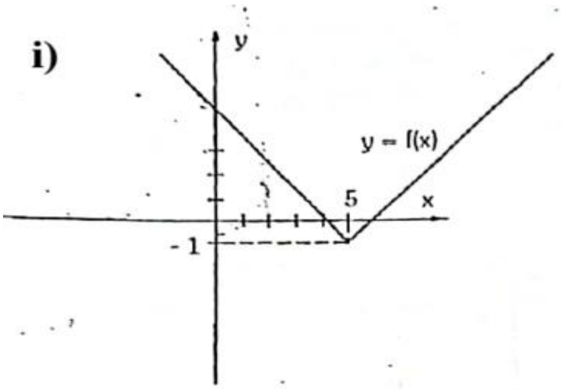
$\lim_{x\to -2^+} f(x) =$ ....

$\lim_{x\to -2^-} f(x) =$ ....

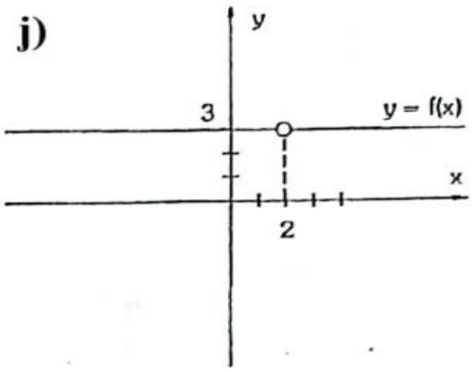
$\lim_{x\to +\infty} f(x) =$ ....

$\lim_{x\to -\infty} f(x) =$ ....

i)



j)



$\lim_{x\to 5^+} f(x) =$ ....

$\lim_{x\to 5^-} f(x) =$ ....

$\lim_{x\to 5} f(x) =$ ....

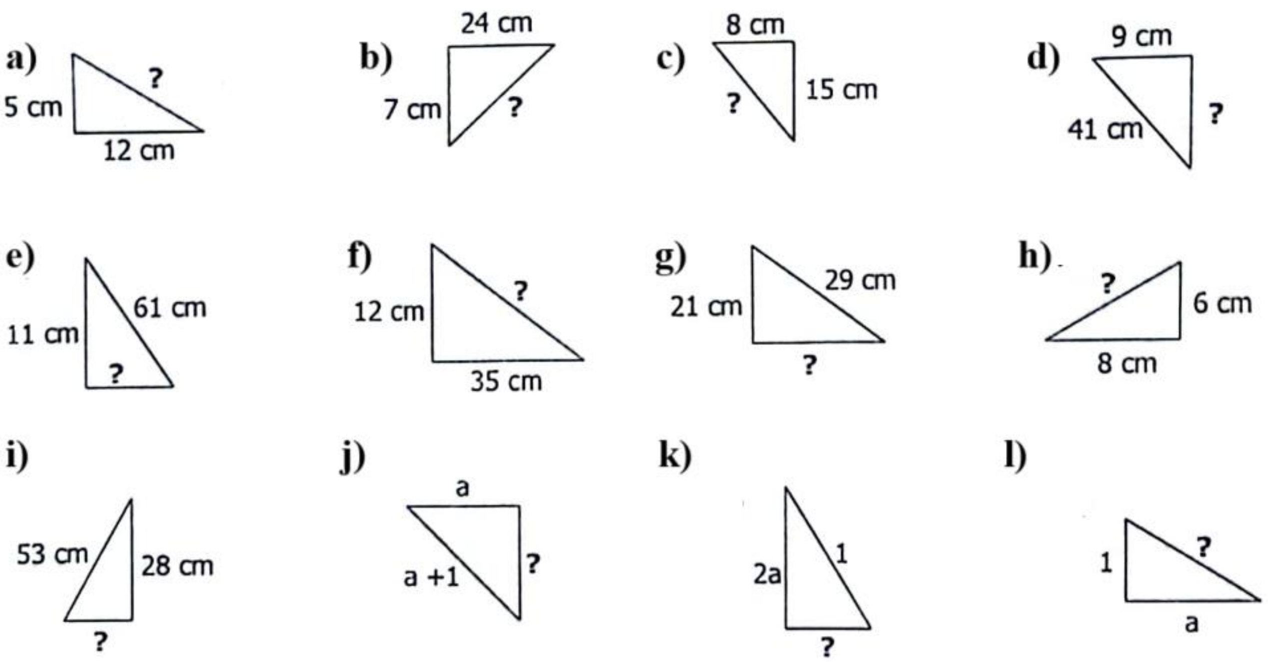
$\lim_{x\to 2^+} f(x) =$ ....

$\lim_{x\to 2^-} f(x) =$ ....

$\lim_{x\to 2} f(x) =$ ....

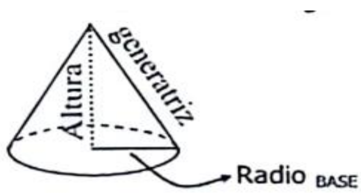
3. *Resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos*

1) Calcular el lado que falta en cada triángulo:



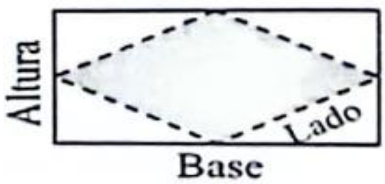
2) En un rectángulo de 35mm x 120mm se traza su diagonal. ¿Cuánto mide esta diagonal?
3) En un rectángulo de 55 mm de base, se traza su diagonal. La diagonal trazada mide 305mm ¿Cuánto mide la altura del rectángulo?
4) Maximiliano está remontando su barrilete. El largo del hilo desenredado es de 15.9 metros. El barrilete está justo encima de su hermana, que está a 8,4 metros de distancia de Maximiliano. Calcular la altura a la que está en ese momento el barrilete del piso. Maxi y su hermana miden los dos 1,5 metros.

5) Mariano hace un rectángulo uniendo fósforos. Para la base usó 36 fósforos y para la altura 15 fósforos, ¿cuántos fósforos necesita para hacer su diagonal?
6) En un cono tenemos los siguientes elementos:

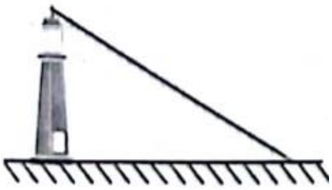


a) Hallar la altura de un cono de 24 cm de radio y 74 cm de generatriz.
b) Hallar el radio de un cono de 42 cm de altura y 58 cm de generatriz.
c) Hallar la generatriz de un cono de 7,5 cm de radio y 4 cm de altura.

7) Hallar el valor del lado del rombo. Si sabemos que la base del rectángulo mide 80 cm y la altura del rectángulo mide 18 cm.

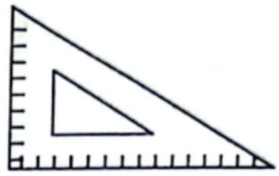


8) La base mayor de un trapecio isósceles mide 142 cm, la base menor mide 100 cm y los lados miden 35 cm. Hallar la altura del trapecio.



9) Desde la punta de un faro, una persona ata una cuerda de 91 m y la ubica a 35 m de distancia del faro. Calcular la altura del faro.

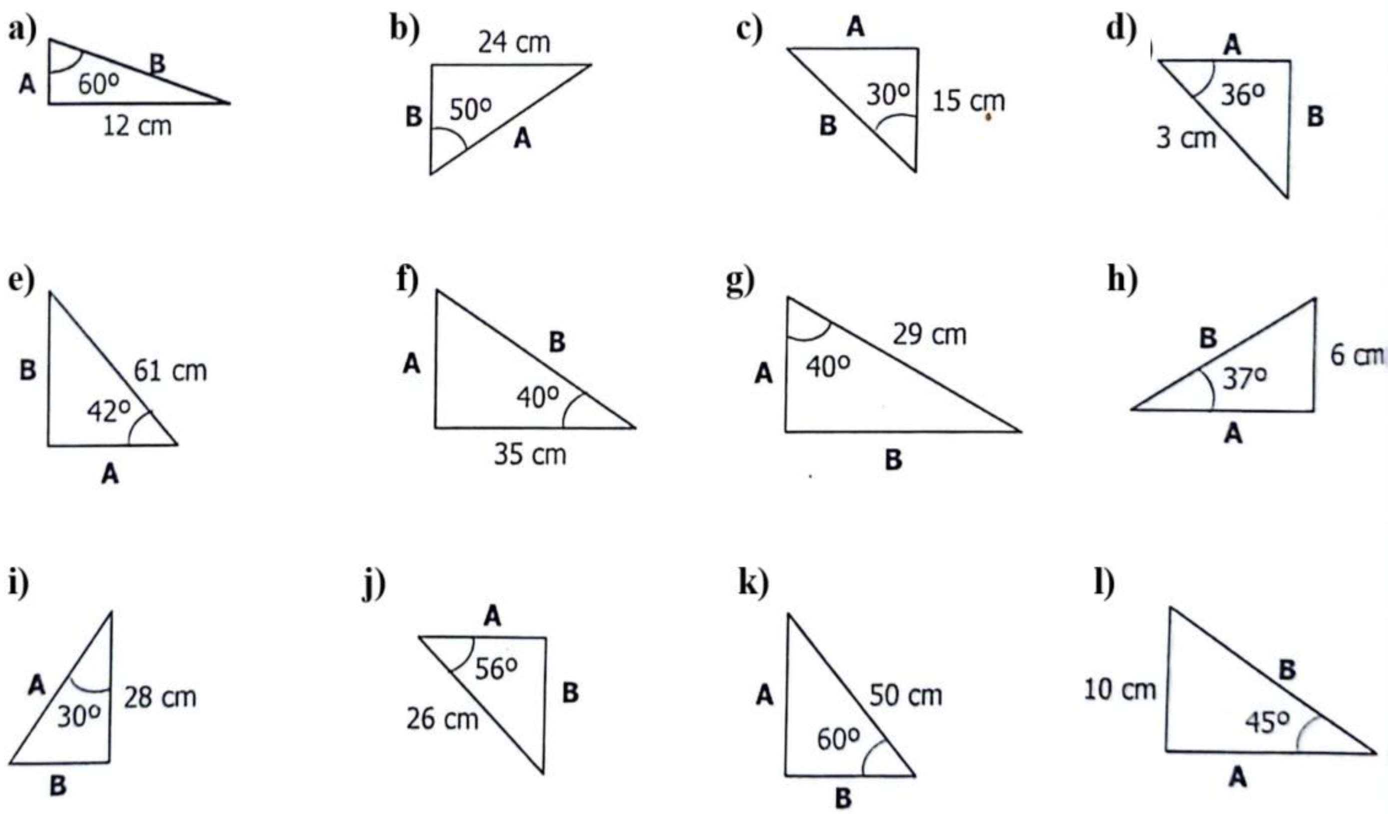
10) Alejandro compró una escuadra que en sus lados más cortos mide 20 cm y 21 cm. ¿cuánto mide su lado más largo?



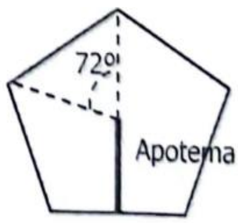
11) Mario apoya una escalera de 8,2 metros en una pared, separada a 1,8 metros de la misma. ¿A qué altura del piso estará el escalón más alto de la escalera?

12) Dentro de una circunferencia dibujamos. Un rectángulo de 30 cm de base, perfectamente centrado dentro de la misma. El radio de la circunferencia es 17 cm. ¿cuánto mide la altura de este rectángulo?

13) En los siguientes triángulos hallar A y B:



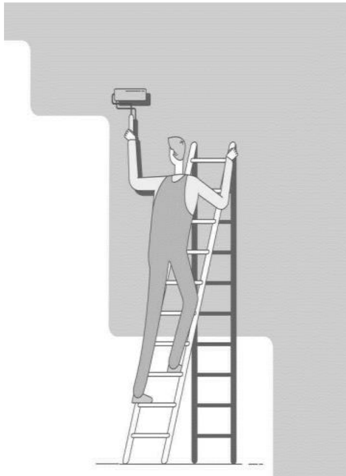
14) Calcular la apotema de un pentágono de 12 cm de lado (Recordar que los ángulos centrales del pentágono son 72° y que la apotema es el segmento que va desde el centro hasta la mitad del lado, cortando al mismo perpendicularmente).



Problemas de aplicación:

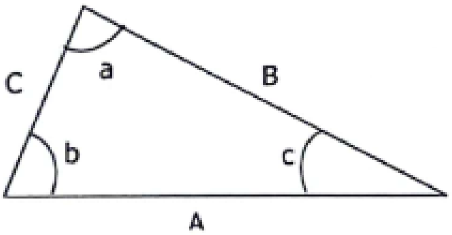
15) Carmen que mide 1,6 metros está parada en el patio del colegio a 15 metros del mástil de la bandera, el ángulo que tiene que inclinar su cuello (suponiendo que mira siempre frontalmente) para ver la punta del mástil es de 50º
   a. ¿Cuál es la altura del mástil?
   b. ¿A qué distancia debería pararse Carmen para ver la punta del mástil inclinando su cuello solo 30°?
   c. Si Carmen, a 15 metros del mástil se sube a una tarima de 90 cm ¿Qué ángulo debe inclinar entonces su cuello para ver la punta del mástil ahora?

16) Un pintor coloca una escalera de una sola parte para pintar a parte más alta del frente de un edificio. El largo de la escalera es de 4 metros.



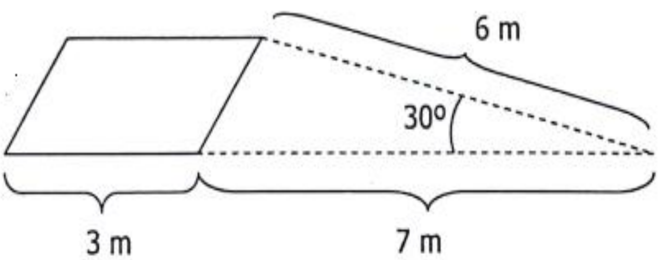
   a. Si coloca la escalera con un ángulo de 75° respecto el piso ¿cuál será la altura a la que llega la punta de la escalera?
   b. Con ese ángulo lA qué distancia quedaría separada la escalera en su parte inferior de la pared?
   c. Si colocara la escalera a 65º respecto del piso ¿cuál será ahora la altura a la que llega la punta de la escalera?
   d. Con ese ángulo lA qué distancia quedaría separada la escalera en su parte inferior de fa pared?
   e. Si las indicaciones de la escalera dicen que para mayor seguridad se coloque a exactamente a 78° respecto del piso ¿A qué distancia debería separarla en su parte inferior de la pared?
   f. Si el pintor coloca el pie de la escalera a 70 cm de la pared ¿Qué ángulo quedará formado entre la escalera y el piso?

17) Dado el siguiente triángulo, hallar los lados y /o ángulos que faltan:

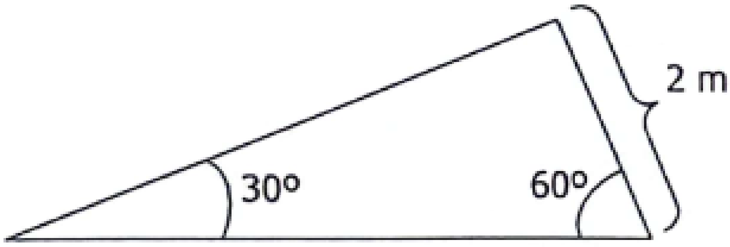


a) A = 3 m B = 2 m b = 40º	**b)** A = 15 m C = 10 m b = 60º	**c)** A = 21 cm B = 20 cm b = 70º	**d)** A = 5 m C = 2 m b = 45º	**e)** A = 1,5 dm B = 11 cm C = 90 mm	**f)** A=3 m B = 5 m c = 120º
g) A = 12 m B = 10 m c = 30º	**h)** A = 18 m C = 16 m c = 58º	**i)** B = 51 m C = 45 m b = 65º	**j)** C = 14 cm a = 30º b = 96º	**k)** A = 3 m B = 2 m C = 4 m	**l)** A=9 cm B = 12 cm C = 15 cm

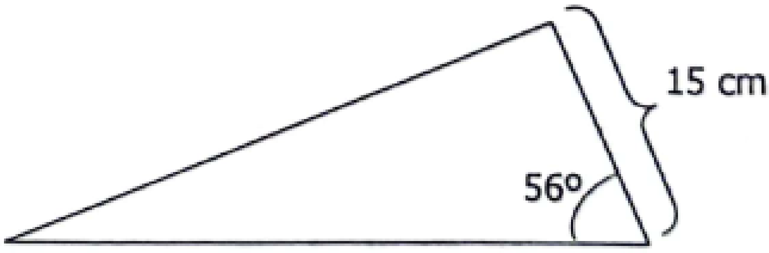
18) Hallar el área del paralelogramo:



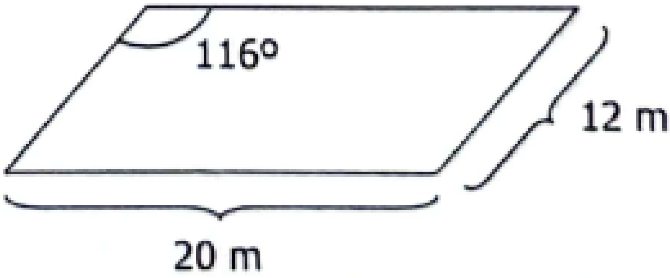
19) Hallar el área del triángulo:



20) Hallar la altura del triángulo. Este es medio tramposo, ¡ojo!, no falta ningún dato:



21) Hallar la diagonal mayor del paralelogramo:



4. *Vectores: primera parte*

1) Completen teniendo en cuenta el siguiente prisma:

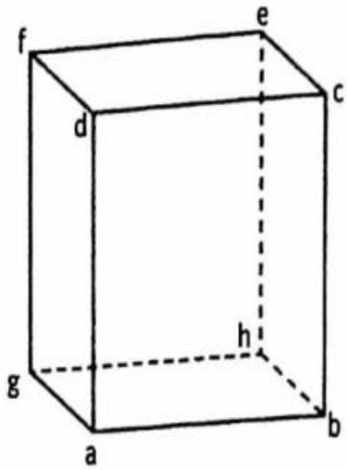
a. $\vec{ab}$ tiene igual dirección que ______.

b. $\vec{bh}$ es opuesto a ______.

c. $\vec{fd}$, $\vec{ec}$, $\vec{ga}$ y $\vec{hb}$ son vectores ______.

d. $\vec{gf}$ tiene el mismo módulo que ______.

e. $\vec{eh}$ y $\vec{ad}$ son vectores ______.



2) Tengan en cuenta los puntos dados y hallen las componentes de los siguientes vectores referidos al origen de coordenadas:

$a = (3;1)$ $b = (-1;1)$ $c = (-2;2)$ $d = (-3;0)$ $e = \left(\frac{1}{2};-2\right)$

a. $\vec{ab} \Rightarrow \vec{v}_1 =$ ______

b. $\vec{be} \Rightarrow \vec{v}_2 =$ ______

c. $\vec{da} \Rightarrow \vec{v}_3 =$ ______

d. $\vec{ec} \Rightarrow \vec{v}_4 =$ ______

e. $\vec{ad} \Rightarrow \vec{v}_5 =$ ______

f. $\vec{dc} \Rightarrow \vec{v}_6 =$ ______

3) Completen la tabla:

Componentes del vector	Origen del vector	Extremo del vector
$(-3;1)$	$(2;-2)$	
	$(\sqrt{2};-3)$	$(2\sqrt{2};0)$
$\left(\frac{3}{2};2\right)$	$\left(-\frac{1}{2};-1\right)$	

4) Dibujen en un mismo plano coordenado y calculen el módulo de cada vector:

$\vec{a} = (3,4)$ $\vec{b} = (-12,5)$ $\vec{c} = (-6,-6)$ $\vec{d} = (8,-6)$

$\vec{e} = (0,5)$ $\vec{f} = (-7,0)$ $\vec{g} = (0,-4)$ $\vec{h} = (1,0)$

5) Considera los vectores: $\vec{a} = (4,1), \vec{e} = (6,-3)$, $\vec{o} = (2,7)$, $\vec{u} = (-3,0)$:

I) $\bar{a} + \bar{e} =$

II) $\bar{a} + \bar{e} + \bar{o} =$

III) $\bar{a} - \bar{e} =$

IV) $\bar{o} - \bar{u} =$

V) $\bar{o} - (\bar{e} + \bar{u}) =$

VI) $|\bar{e} - \bar{u}| =$

VII) $|\bar{e}| - |\bar{u}| =$

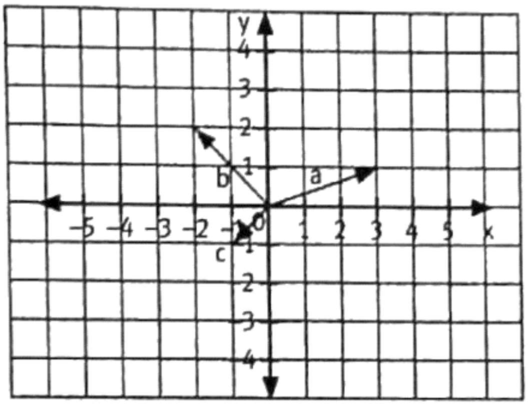
VIII) $|\bar{a} + \bar{e}| =$

IX) $|\bar{a}| + |\bar{e}| =$

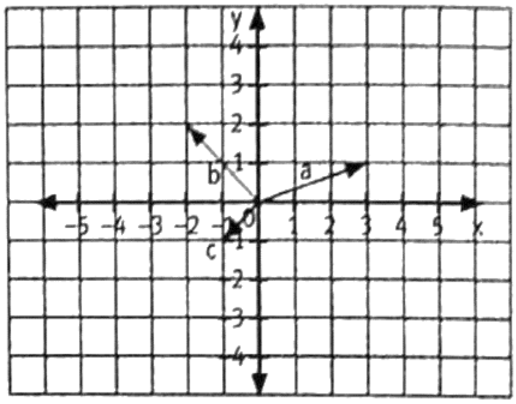
Representar los vectores iniciales.

6) Resuelvan gráfica y analíticamente las siguientes sumas de vectores:

a. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} =$

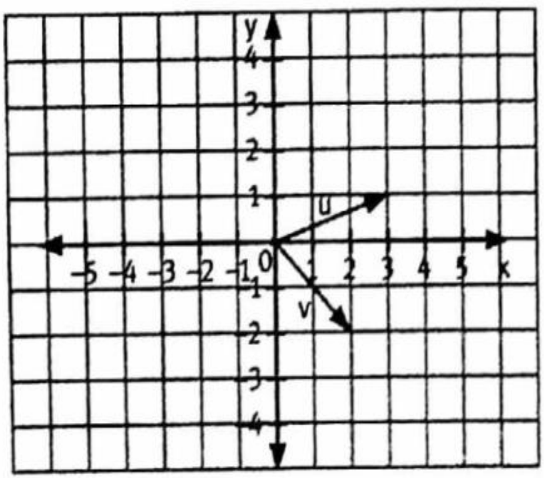


b. $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} =$

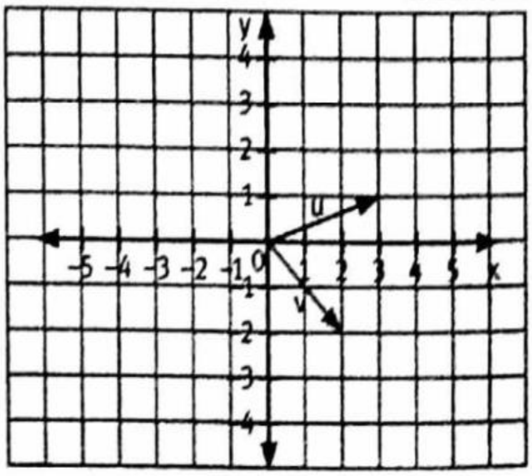


7) Hallen analíticamente las componentes del vector $\vec{w}$ que verifiquen cada una de las condiciones:

a. $\vec{w} + \vec{v} = \vec{u}$ $\quad \vec{w} = \boxed{}$



b. $-\vec{v} + \vec{u} + \vec{w} = \vec{0}$ $\quad \vec{w} = \boxed{}$



8) Calculen los siguientes productos de un vector por un escalar:

a. $-2 . \left(\frac{1}{2};0\right) =$ **b.** $\frac{3}{4} . \left(2;\frac{1}{3}\right) =$ **c.** $2 . (0;0) =$

d. $-3 . \left(1;\frac{1}{6}\right) =$ **e.** $0 . (4;-5) =$

9) Dados los siguientes vectores llamados "versores" $\check{\imath} = (1{,}0)\, y\; \check{\jmath} = (0{,}1)$(porque su módulo es igual a 1), verifica lo siguiente:

Dado un vector $\vec{a} = (6, -3)$, calcula:

$\overrightarrow{a_1} = a_x . \check{\imath}$=______________ y

$\overrightarrow{a_2} = a_y . \check{\jmath}$=_________________

Verifica gráficamente que $\overrightarrow{a_1} + \overrightarrow{a_2} = \vec{a}$

10) Calcula $\vec{v}\,.\vec{w}$ en cada caso:

a. $\vec{v} = \left(\frac{1}{2};-2\right)$ y $\vec{w} = \left(0;\frac{1}{4}\right)$ **b.** $\vec{v} = (1;3)$ y $\vec{w} = \left(-1;\frac{1}{3}\right)$ **c.** $\vec{v} = 3\check{\imath} + 2\check{\jmath}$; $\vec{w} = -\check{\imath} + \check{\jmath}$

11) Completen lo pedido:

Expresen cada vector como $\vec{v} = v_x\,.\,\check{\imath} + v_y\,.\,\check{\jmath}$.

a. $\vec{a} = (-3;4)$ $\vec{a}$ = ____________________________

b. $\vec{b} = (0;-5)$ $\vec{b}$ = ____________________________

c. $\vec{c} = (-2;0)$ $\vec{c}$ = ____________________________

d. $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ $\vec{d}$ = ____________________________

e. $\vec{e} = -3\,.\,\vec{c} - \vec{a}$ $\vec{e}$ = ____________________________

f. $\vec{f} = \frac{1}{2}\,.\,(\vec{c} + \vec{a})$ $\vec{f}$ = ____________________________

5. *Números complejos: operaciones en forma binómica y cartesiana.*

1) Hallen el valor de las siguientes raíces:

1) $\sqrt{-9} =$

2) $\sqrt{-25} =$

3) $\sqrt{-5} =$

4) $\sqrt{-8} =$

2) Completa la siguiente tabla:

COMPLEJO z	**PARTE REAL Re(z)**	**PARTE IMAGINARIA Im(z)**	**OPUESTO -z**	**CONJUGADO $\bar{z}$**
z= 2+3i	Re(z)=2	Im(z)=3	-z = -2-3i	$\bar{z}$ = 2 - 3i
z= 3-i				
z= 1+i				
z =33 - 3 i				
z = 3				
z=-2i				
z= i				

3) Unan cada complejo con su expresión binómica:

1) (-1;1)

2) (-1;0)

3) (1;-1)

4) (1;1)

5) (0;-1)

a) -i

b) 1 + i

c) -1 − i

d) -1

e) 1 − i

f) -1 + i

4) Representa cada uno de los siguientes complejos:

1) $z_1 = 2 + 3i$

2) $z_2 = i$

3) $z_3 = (5;0)$

4) $z_4 = -3 + 5i$

5) $z_5 = (-3;0)$

6) $z_6 = (0;-3)$

7) $z_7 = -5 - 2i$

8) $z_8 = 5 - 2i$

5) Dados los complejos z1=2+3i, z2=-1+4i y z3=2-5i, hallar:

a) $z_1+z_2=$

b) $z_1+z_3=$

c) $z_1-z_2=$

d) $z_3-z_2=$

e) $3z_2+2z_3=$

f) $2z_1-3z_2=$

g) $z_3-3z_1+4z_2=$

h) $z_1+\overline{z_2}=$

i) $z_3-\overline{z_3}=$

j) $2z_1-z_1=$

6) Calcular el resultado en las siguientes operaciones:

a) $(2+5i)(3+4i)=$

b) $(1+3i)(1+i)=$

c) $(1+i)(-1-i)=$

d) $(2-5i)\,i=$

e) $(2+5i)(2-5i)=$

f) $\dfrac{20+30i}{3+i}=$

g) $\dfrac{i}{3-2i}=$

h) $\dfrac{1+i}{i}=$

i) $\dfrac{1+2i}{2-i}=$

j) $\dfrac{1-i}{2+3i}=$

k) $\dfrac{19-4i}{2-5i}+\dfrac{3+2i}{i}=$

l) $\dfrac{2-i}{3+i}-\dfrac{1}{2i}=$

7) Calcular las siguientes potencias de "i":

A) $i^{12}=$

B) $i^{77}=$

C) $i^{125}=$

D) $i^{723}=$

E) $i^{2344}=$

F) $i^{43} * i^{342}=$

G) $i^{3}/i^{2}=$

H) $i^{47} * i^{574}=$

I) $i^{753}/i^{437}=$

J) $(i^{486})^{17}=$

8) Responder marcando la alternativa correcta. Justifique:

1. El **valor** de $\sqrt{-25}+2\sqrt{-4}-\sqrt{-36}$

a) $3i$

b) $4i$

c) $5i$

d) $6i$

e) $-6i$

2. El **valor** de i^{116} es

a) 0

b) 1

c) -1

d) i

e) $-i$

3. El valor de $(-i^{-17}+i^{125})^2$

a) 0

b) 4

c) -4

d) $4i$

e) $-4i$

4. El **valor** de $((i^{-3})^2)^5)$ es:

a) 0

b) 1

c) −1

d) i

e) $-i$

5) El **valor** de $\sqrt{-64\cdot(-4)}$ es:

f) 16

b) −16

c) $16i$

d) $-16i$

e) $12i$

6) El **resultado** de $i^0 + i^1 + i^2 + i^3$ es:

a. 0

b. 1

c. −1

d. i

e. $-i$

7) El resultado de $\mathbf{3i - 4i^2 - 14i^{40} + 30i^{21}}$ es:

a. 15

b. $-15i$

c. -18 + 33i

d. 15i

e. -10 + 33i

9) Teniendo en cuenta lo siguiente:

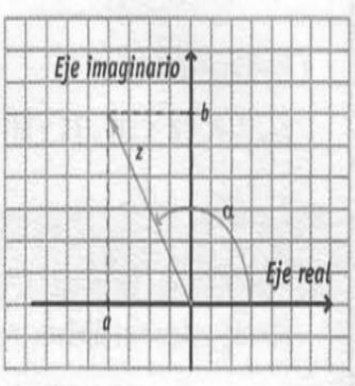
Un número complejo se puede escribir de distintas maneras.

$z = a + bi$ es un número complejo escrito en *forma binómica.*

$z = (|z|; \hat{\alpha})$ es un número complejo escrito en *forma polar,*

siendo $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ y $\hat{\alpha}$ el ángulo que forma el vector

que lo representa con el semieje positivo de las abscisas.



Completa indicando forma binómica y polar de cada complejo representado:

$Z_1 = (5 + 5i) = (\sqrt{50}; 45^\circ)$

$Z_2 =$ ....

$Z_3 =$ ....

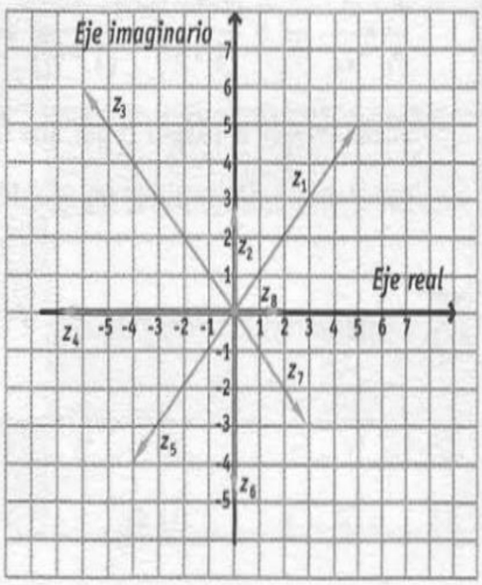
$Z_4 =$ ....

$Z_5 =$ ....

$Z_6 =$ ....

$Z_7 =$ ....

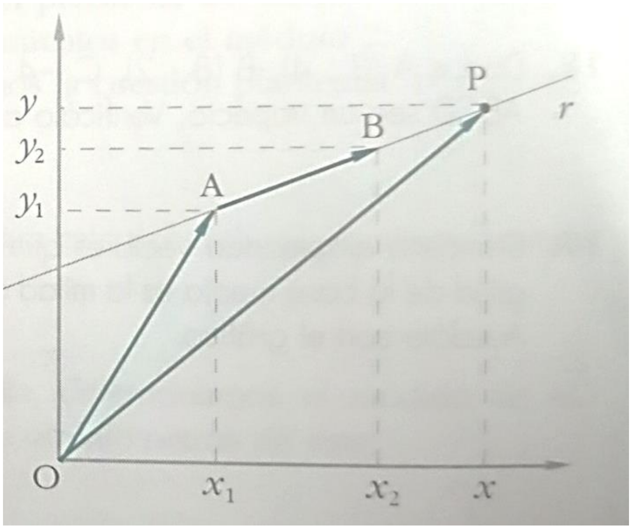
$Z_8 =$ ....



6. *Vectores: segunda parte*

Veamos cómo se relaciona el concepto de “vectores” con la ecuación de una recta:

Dados dos puntos A y B (A≠b), es posible determinar la ecuación de la recta que pasa por dichos puntos, teniendo en cuenta la teoría de operaciones con vectores. Analicemos la imagen y veamos:



$P = (x, y)$ *un punto cualquiera de* r:

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \lambda . \overrightarrow{AB}, \qquad \lambda \text{ perteneciente a } R$$

$\overrightarrow{OA}$ *es un* “vector posición" de la recta que determina un punto A en r, es decir, un punto perteneciente a la recta

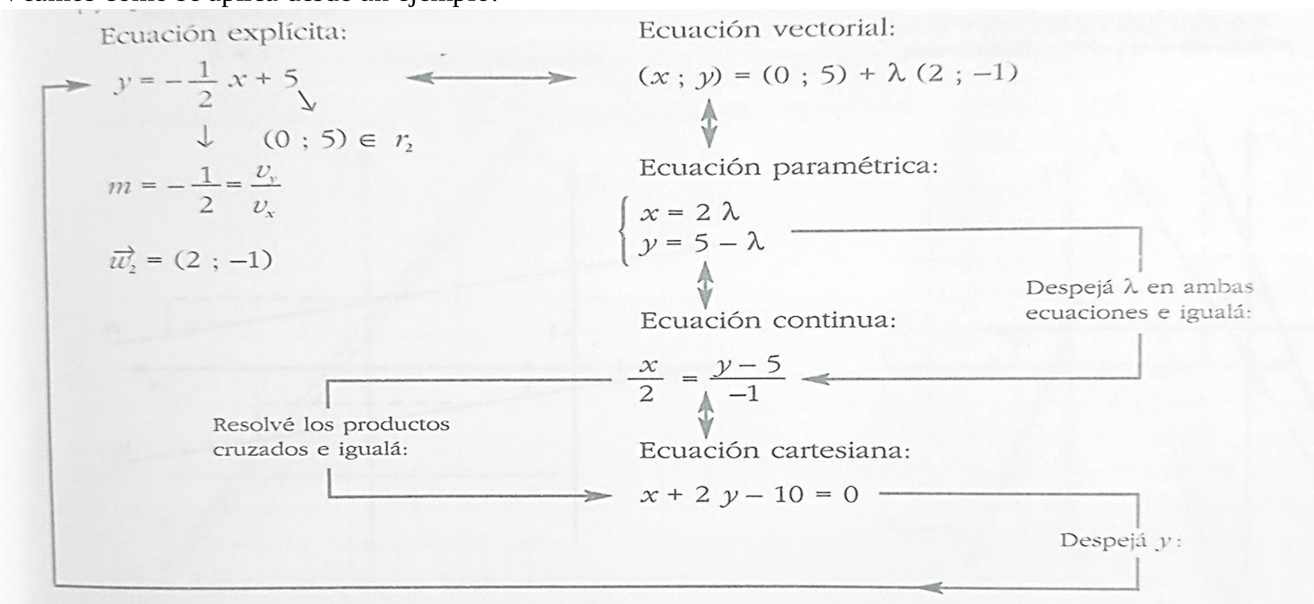
$\overrightarrow{AB}$ *es un vector que tiene la misma dirección que la recta* r, *y por su definición, coincide con la pendiente de dicha recta*: $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{v_y}{v_x}$

La ecuación vectorial de la recta queda determinada por:

$$(x; y) = (x_1; y_1) + \lambda.(v_x; v_y)$$

Aclaración: un vector paralelo a la recta también puede funcionar como un vector dirección $\overrightarrow{AB}$

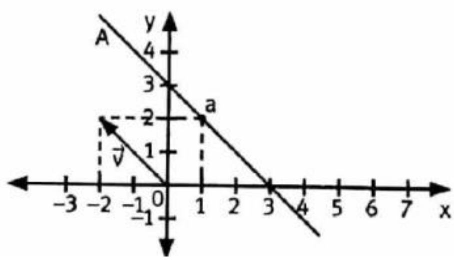
Veamos cómo se aplica desde un ejemplo:



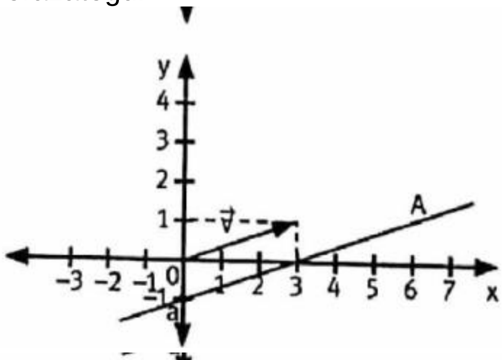
Actividades:

1) Encuentre la ecuación vectorial de cada una de las siguientes rectas. Luego halle la ecuación explicita y verifique con el gráfico dado:

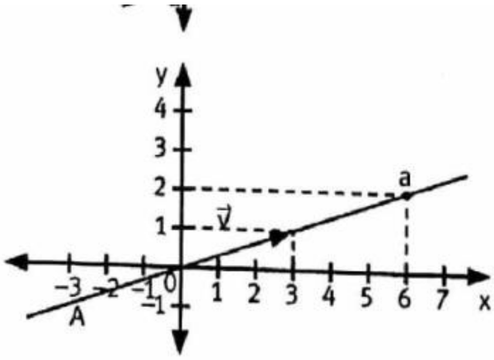
a.



b.



c.



2) Expresa como ecuación vectorial la siguiente recta y grafica: $y = -\frac{2}{3}x - 1$.

3) La ecuación vectorial de una recta es la siguiente: $(x; y) = (2;\ 3) + \lambda(1;\ -3)$. Define la ecuación explícita, paramétrica y continua.

4) Completa el cuadro:

	Vectorial	Explícita	Paramétrica	Continua	Cartesiana
Recta 1	$(x; y) = (2;\ -1) +\ \lambda.(5;\ -1)$				
Recta 2		$y = -\frac{3}{4}\ x + 2$			
Recta 3			$\begin{cases} x = -2 + 2\ \lambda. \\ y = 1 + 3\ \lambda. \end{cases}$		
Recta 4				$x = \frac{y-1}{3}$	
Recta 5					$3x - 2y + 9 = 0$