



MATEMÁTICA DE 5°

EES N° 13

CUADERNILLO DE ACTIVIDADES

DEPARTAMENTO
DE
Matemática





Unidades:

- Estadística: muestra y población. Gráficos.
- Polinomios. Definición. Operaciones.
- Factorización de polinomios: factor común, trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrados, teorema de Gauss. Formula resolvente.
- Función polinómica: gráfica y análisis.
- Función exponencial y logarítmica. Logaritmo concepto y propiedades. Ecuaciones logarítmicas y exponenciales.

Contenido

1.	<i>Estadística</i>	2
2.	<i>Polinomios: definiciones, operaciones</i>	10
3.	<i>Factorización de polinomios.</i>	15
4.	<i>Función polinómica</i>	17
5.	<i>Funciones exponenciales. Logaritmo. Ecuaciones logarítmicas exponenciales</i>	20

1. Estadística



- 1. Observen la imagen y respondan.
 - a. ¿Es importante el tipo de pelo que tienen las personas que fueron tenidas en cuenta para el estudio? ¿Por qué?
 - b. ¿Les parece importante que el estudio sea a nivel nacional (que se tomen en cuenta diferentes provincias) como dice la propaganda? ¿Por qué?
 - c. ¿Les parecen suficiente 25 personas para afirmar lo que dice la publicidad? ¿Por qué?

Población Y muestra. Organización de la información

Se denomina **población** al conjunto de individuos o elementos que se pretende estudiar estadísticamente mediante una encuesta, un censo o una investigación.

Cuando no se puede estudiar toda la población, se selecciona una parte de la misma que sea representativa. A esa parte se la denomina **muestra**.

Cada tema sobre el que se estudia una población se denomina variable. Las variables pueden ser:

- Cualitativas: se miden a partir de datos no numéricos. Por ejemplo, el club de fútbol preferido de un grupo de alumnos.
- Cuantitativas: se miden a partir de datos numéricos. Por ejemplo, la edad de un grupo de profesores. Los datos que se obtienen de una encuesta o investigación se pueden organizar en tablas que facilitan el análisis de la información.

Se denomina **frecuencia absoluta (f)** al número de veces que se repite cada valor de la variable. Se denomina **frecuencia relativa (fr)** al cociente entre la frecuencia absoluta y el total de elementos que forman la muestra.

Si a cada frecuencia relativa, expresada en forma decimal, se la multiplica por 100, se obtiene el porcentaje de la variable.

$fr = \frac{f}{n}$ es el número de elementos que forman la muestra

Se les preguntó a los alumnos de segundo año las edades, y las respuestas fueron:
13, 14, 13, 15, 13, 13, 14, 14, 13, 15, 13, 14, 13, 14, 13, 14, 15, 13, 13, 14

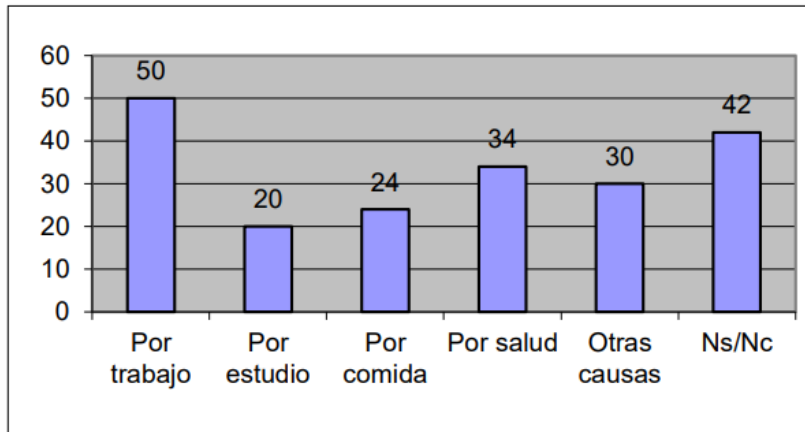
Edad	13	14	15
f	10	7	3
fr	$\frac{10}{20} = 0,5$	$\frac{7}{20} = 0,35$	$\frac{3}{20} = 0,15$



2) En octubre de 2004 se dio a conocer que la Argentina es, de los países de América Latina, el país que recibe más extranjeros.

Los datos del gráfico de barras representan la cantidad de personas que respondieron a la pregunta:

¿Por qué cree usted que la gente viene a este país?



- a) ¿Cuál es el total de personas que fueron encuestadas?
.....
- b) Completa la tabla de frecuencias con los datos del gráfico.

Opción	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia porcentual %
Por trabajo	50	50/200	25
Por estudio			
Por comida			
Por salud			
Otras causas			
No sabe / No contesta			

- 3) Respondan y expliquen las respuestas:
- a) ¿Cómo se clasifican las variables? Escriban un ejemplo en cada caso.
- b) Si se realiza una encuesta para saber el color preferido de un grupo de alumnos, ¿cuál es la variable?
- c) Para un valor de variable igual a 50 sobre una muestra de 400, ¿cuál es la frecuencia relativa?
¿Qué porcentaje representa?



4) Lean atentamente y respondan:

En una fábrica se realizó una encuesta acerca de la cantidad de hombres y mujeres que trabajan en 7 sectores de un total de 14:

- a. ¿Cuál es la población? _____
- b. ¿Cuál es la muestra? _____
- c. ¿Es representativa la muestra? ¿Por qué? _____
- d. ¿De qué tipo es la variable de estudio? _____

INTERVALOS DE CLASE

Cuando los valores de las variables son números no enteros o si la muestra es muy grande, se pueden agrupar en intervalos de clase (en general, conviene que tengan la misma longitud).

Se registró el peso de 60 empleados de una fábrica.
Se agrupan los pesos en intervalos de 5 kg

Intervalo de clase	f
[65;70)	12
[70;75)	9
[75;80)	11
[80;85)	20
[85;90]	8

desde 65 (incluido) $[65;70)$ hasta 70 (no incluido)

5) Lean atentamente y resuelvan:



Para hacer un control de salud se registraron los pesos de 60 niños de entre 4 y 8 años de una determinada ciudad. Estos son los datos obtenidos, en kg.

12,3 22,1 34,6 12,5 16,7 22,1 24,6 14,4 17,3 20,2 21,7 16,1 12,3 12,5 16,8
 13,6 23,7 28,7 24,5 29 12 17 14,3 26,9 25,3 22,1 30,2 23,6 32,6 30,7
 33,4 29,8 30,1 29 34 23,4 25 31 33,7 28,5 32,1 25,6 17,4 12,8 29,7
 30,4 33,5 26,4 22,5 12 27,9 32 33,5 26,3 22,1 17,8 15,4 14,9 31 30,6

a. ¿Cuál es la variable? ¿De qué tipo es?

b. ¿Cuál es la muestra? ¿Es representativa?

c. Completen la tabla.

Intervalos (en kg)	f	fr	%
[12;17)			
[17;22)			
[22;27)			
[27;32)			
[32;37)			
Total			

Promedio, moda y mediana.

El **promedio** o **media aritmética** (se escribe $\bar{x}$) es el resultado de la división entre la suma de todos los valores de la variable y la cantidad de valores que forman la muestra. Esta medida se puede obtener solo si la variable es cuantitativa.

La **moda** (se escribe m_o) es el valor de la variable que tiene la mayor frecuencia.

La **mediana** (se escribe m_e) es el valor de la variable ubicado en el lugar central luego de ordenar todos los datos de menor a mayor. La mediana divide la muestra de forma tal que deja igual cantidad de datos a su izquierda que a su derecha.

El **rating** de un programa de televisión durante una semana fue: 12, 15, 20, 14, 12, 14, 12.

$$\bar{x} = \frac{12+15+20+14+12+14+12}{7} = \frac{99}{7} = 14,14$$

$$m_o = 12 \quad m_e = 14$$

Cuando la cantidad de datos es un número par, la mediana es igual al promedio de los dos valores centrales.

La cantidad de hermanos de un grupo de 6 amigos es: 2, 3, 2, 4, 1, 3.

$$m_e = 1, 2, \boxed{2, 3}, 3, 4$$

La mediana es: $\frac{2+3}{2} = 2,5$

6) Respondan y expliquen las respuestas:

- Agustín obtuvo en matemática las calificaciones 6, 8, 7, ¿cuál es su promedio?
- En una zapatería ingresaron pares de zapatos para vender. Si el número con mayor frecuencia es el 39, ¿qué medida representa?
- ¿Cómo se calcula la mediana en la siguiente muestra? 10, 3, 8, 5.

7) Lean atentamente y resuelvan:



Los siguientes datos representan la cantidad de vehículos que pasaron por un puesto de control durante los primeros 15 días del mes de marzo.

12	13	10	9	12
13	15	13	9	12
10	12	14	13	12

a. ¿Cuál es la variable? Clasifíquela. _____

b. Completen la siguiente tabla de frecuencias.

Cantidad de autos	9	10	12	13	14	15
f						

c. ¿Cuántos autos pasaron durante los 15 días? _____

d. Calculen moda, mediana y media.

Moda: Mediana: Media:

8) Resuelvan:

Se realizó una encuesta para saber la cantidad de horas semanales que trabajan los habitantes de una ciudad. Los resultados se muestran en la tabla.

Cantidad de horas semanales	4	6	8	10	12
Cantidad de habitantes	12	21	15	12	31

a. ¿A cuántas personas se entrevistó? _____

b. ¿Es representativa la muestra? _____

c. ¿Cuántas personas trabajan más de 8 horas semanales? _____

d. ¿Cuál es la moda? _____

e. ¿Cuál es la mediana? _____

9) Analiza los datos y responde:

El organizador de un torneo de fútbol registró en esta tabla la cantidad de goles de cada equipo

Equipo	BJ	CAB	CAE	CAI	GLP	RC	RP	SL
Cantidad de goles	6	8	7	6	12	8	14	4

a. Calculen el promedio de goles por equipo.

b. El organizador se olvidó de agregar el equipo CAH. Si al incluirlo, el promedio da 8, ¿cuántos goles hizo ese equipo?

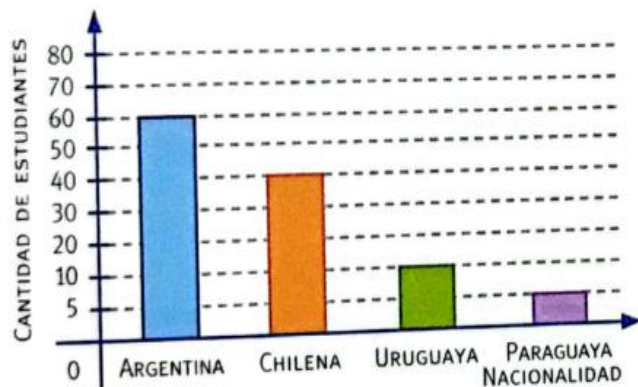
Gráficos

Los **gráficos** estadísticos permiten leer con facilidad la información sobre una situación en donde hay datos.

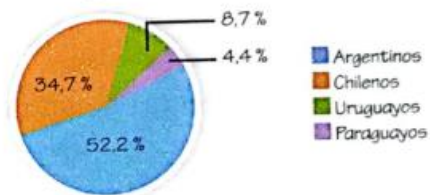
Gráficos de barra

Gráficos circulares

Gráficos de barras: se utilizan para comparar la cantidad de datos para cada valor de la variable. Para hacer un gráfico de barras se construyen rectángulos del mismo ancho y cuyas alturas coinciden con la frecuencia absoluta de cada valor.



Gráficos circulares: se utilizan para mostrar los porcentajes que corresponden a cada dato con respecto al total.



Primero se calcularon los porcentajes para cada grupo de estudiantes. Luego se calculó el ángulo de la siguiente forma:

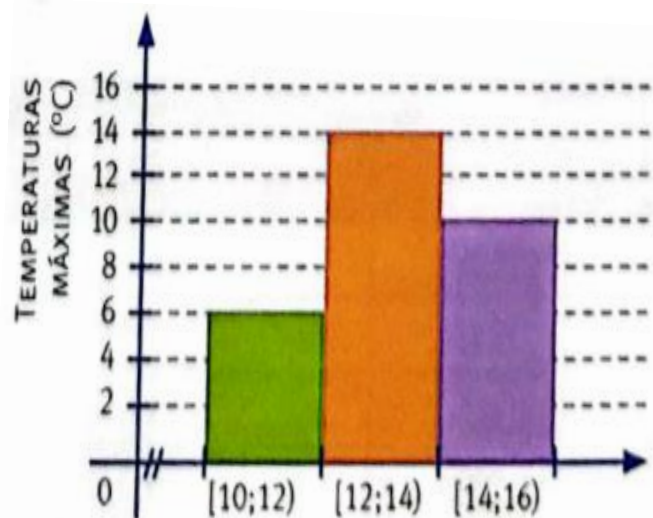
$$100\% \text{ — } 360^\circ$$

$$34,78\% \text{ — } x = \frac{34,78\% \cdot 360^\circ}{100\%} = 125^\circ$$

De la misma forma se procedió para calcular los otros sectores circulares.

Los **histogramas** son gráficos que se utilizan para representar intervalos de clase a través de rectángulos contiguos del mismo ancho y cuya altura es la frecuencia absoluta del intervalo.

Intervalo de temperatura	f
[10;12)	6
[12;14)	14
[14;16]	10



10) Respondan y expliquen las respuestas:

- El gráfico circular, ¿brinda información sobre la frecuencia de cada valor de la variable?
- Para comparar las frecuencias, ¿qué tipo de gráfico hay que hacer?
- Los histogramas, ¿se utilizan con variables cualitativas o cuantitativas?

11) En un club hay un grupo que se entrena en fútbol y está formado por varones de distintas escuelas. Las categorías del campeonato de la zona son: 11 a 13 años, 14 a 16 años y 17 a 20 años. Las edades de los participantes van desde los 11 a los 20 años, según el siguiente detalle:



E. E. S. N° 13 – Berazategui

11	15	18	17	20
19	15	13	13	12
14	14	17	18	17
16	14	16	15	16
12	13	18	18	17



a) Completa la tabla de frecuencias.

Edad	Frecuencia absoluta f_a	Frecuencia relativa f_r	Frecuencia porcentual f_p
[11 a 14)	6	$\frac{6}{25}$	24
[14 a 17)			
[17 a 20]			

b) ¿Qué porcentaje está en la segunda categoría?.....

c) ¿Qué fracción de los que entrenan es mayor que 17 años?.....

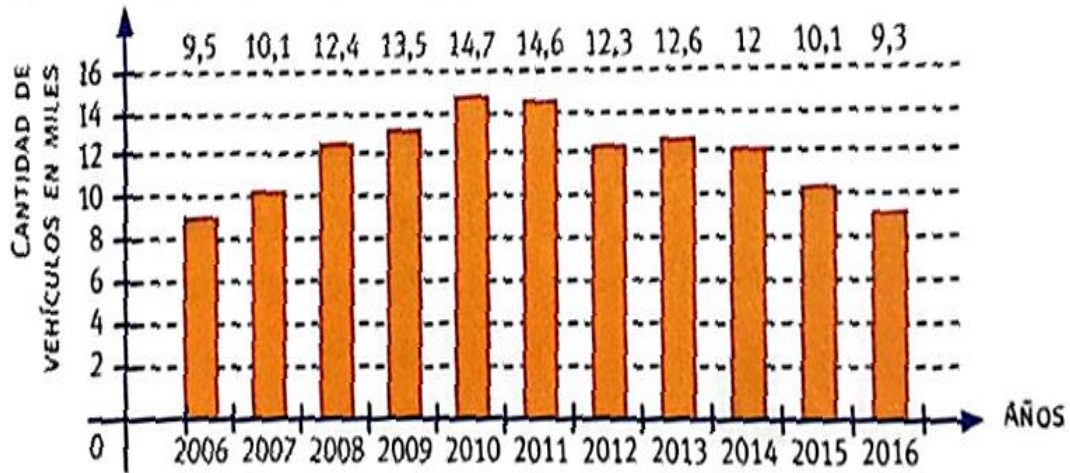
12) Los siguientes valores expresan la estatura, en centímetros, de 25 alumnos de 3er. Año de la Escuela Secundaria, Ciclo Básico: 141; 150; 156; 143; 151; 158; 162; 166; 149; 153; 157; 161; 144; 152; 142; 153; 159; 146; 145; 152; 147; 148; 153; 149; 154.

a) Organizar la información construyendo una tabla de intervalos de clase.

b) Confeccionar el Histograma correspondiente.

13) Observen el gráfico y resuelvan:

El gráfico muestra las ventas de un determinado modelo de auto 0 km durante los últimos años.



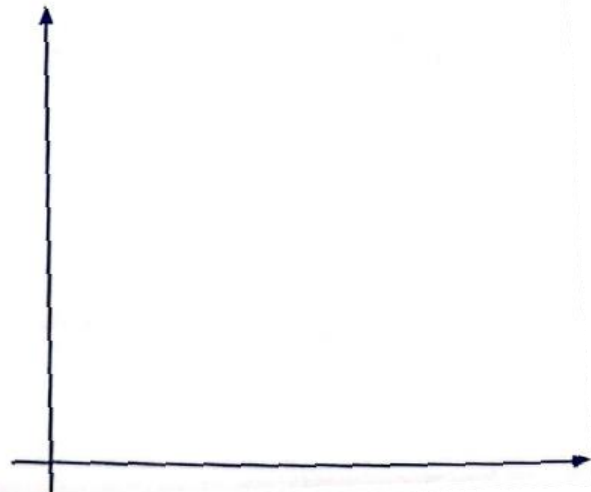
- a. ¿Cuál fue el año de mayores ventas? _____
- b. ¿Cuántos vehículos se vendieron en el año 2009? _____

14) Resuelvan:

La siguiente tabla muestra el costo del litro de un determinado aceite en varios comercios de la provincia de Buenos Aires.

Intervalo de precios	Cantidad de comercios
[30;32)	12
[32;34)	13
[34;36)	21
[36;38)	10

- a. ¿Cuál es la variable? Clasifíquela.
- b. ¿Sobre cuántos comercios se realizó el relevamiento? _____
- c. Realicen el histograma correspondiente.





2. Polinomios: definiciones, operaciones

1) Indica las expresiones que representan polinomios:

a) $16x + x^{-1}$

e) $x^{10} - \frac{x}{5}$

b) $\sqrt{3}x^2 - 5$

c) $\sqrt[5]{x^2} - 9$

f) $\sqrt{\frac{2x+1}{3}}$

d) $\frac{2}{3}x^2 + 5x - 2$

g) $0,1x^3 - 4x^5 + 8$

2) Completen explicando la respuesta:

a. ¿Cuál es el grado del polinomio $Q(x) = -x + 3x^5 - 2x^2$?

b. ¿Cuál es el coeficiente principal de $R(x) = -2 + 3x^2 - 2x^3 + x$?

3) Dados los siguientes polinomios, indicar grado, coeficiente principal, término independiente y número de términos. Luego ordenarlos y completarlos.

a) $p(x) = 3x^2 - 2x - x^4$

b) $q(x) = x^2 - 27x^5 + \sqrt{25}$

c) $t(x) = -x^2 + 6 + 0x^5$

d) $v(x) = -7x^6 + x^4 - \sqrt{9}x^2 + \frac{3}{2}x^3 - 11$

e) $m(x) = 2x^3 - \frac{1}{2}x^4 + 8 - x^2$

4) Marquen las opciones correctas:

a) ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas es un polinomio?

$8x^2 - 3x^{-4}$	$\sqrt[3]{2x} + x^3$	$\sqrt{5} \cdot x^3 + 5^{-1}$	$\frac{3x+6}{x^2}$
------------------	----------------------	-------------------------------	--------------------

b) ¿Cuál es el polinomio de mayor grado?

$3x + 5x^2$	$-5 - 2x^5$	$6x^2 - 4x^3$	$8x^4 - 9$
-------------	-------------	---------------	------------

c) ¿Cuál es el coeficiente principal de $4x^5 - 3 - x^6 + 8$?

-1	1	4	6
----	---	---	---

d) ¿Qué polinomio se encuentra normalizado?

$x^3 - x^4$	$-x + 1$	$-x + 3x^2$	$3x^2 + x^3$
-------------	----------	-------------	--------------

5) Reducir los siguientes polinomios:

$$A(x) = 10x^3 - 4x + 7x^3$$

$$B(x) = 8x^2 - 5 + 4x^5 - 12x^2 + 6x^5$$

$$C(x) = -27x^4 + 6x - 3x^2 + 7x^4$$

$$D(x) = \frac{-3}{2}x + 2x^3 + 7x^8 + \frac{1}{2}x$$

6) Completar la tabla:



polinomio	clasificación	Completo y ordenado	grado	Coef. principal	Término independiente
$8x^2 - 6x - 3x^3$					
$12x^6 - 2 - 5x^6$					
$5x^2 + x - 2x^4 - 7$					
$x^2 + 3x^3 - 5x^2 - 3x^3$					
$2x - x^4 + 5$					
$x^2 + \sqrt{5}x - 3x^3$					
$-x^2 + 3 + x^2 + 2x^5$					

7) Relacionar con flechas cada uno de los polinomios con los datos que correspondan:

1. $5x^2 - 2$

2. $x^2 - 2$

3. $2x^4 + 1$

4. $3x^2 + 5x - 9$

5. $x^3 + x^2 + x$

6. $x + 2$

a. Binomio de segundo grado con el coeficiente principal igual a 5.

b. Binomio de primer grado cuyos coeficientes son 1 y 2.

c. Trinomio con todos sus coeficientes iguales a 1.

d. Binomio de segundo grado cuyos coeficientes son 1 y -2.

e. Binomio de cuarto grado.

f. Trinomio de segundo grado.

8) Calcula el valor numérico de:

$P(x) = 8x^5 + 4x^3 - 2x + 1$ en los siguientes casos:

a. $x = 0$

b. $x = 2$

c. $x = -1$

9) Sea:

$$R(x) = bx^5 + bx^4 + 13x^3 - 11x^2 - 10x - 2b$$

Donde el coeficiente b está indeterminado, calcula b si $R(1)=0$

10) Escribir el polinomio reducido:

1. $5x^3 - 4x^2 + x - x^3 + x =$ _____

3. $5x^3 - 0x^2 + 2x - 8x - 5x^3 =$ _____

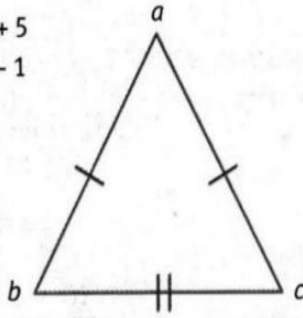
2. $-2x^3 - 3x^2 - x^2 - 3x^3 =$ _____

4. $7x^3 - 8 + 2x^3 + 5 - 2x^3 =$ _____

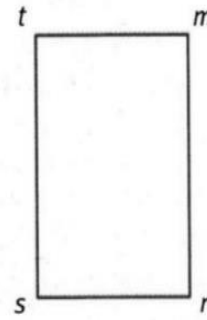
11) Escribir el polinomio reducido de cada uno de los perímetros de las siguientes figuras:



$$1. \begin{cases} \overline{ab} = 2x + 5 \\ \overline{bc} = 4x - 1 \end{cases}$$



$$2. \begin{cases} \overline{mr} = 6x^6 - 3 \\ \overline{rs} = 2x^2 + x - 8 \end{cases}$$



12) Considera los siguientes polinomios:

$$A(x) = 2x - x^3 + 1, B(x) = x^3 - 1, C(x) = -2x + x^3 - 1 \text{ y } D(x) = -x^3 + 6x^2 + 1$$

Se pide calcular:

a) $A(x) + B(x) =$ c) $A(x) + C(x) =$

b) $B(x) + D(x) =$ d) $A(x) - C(x) =$

13) Resuelve las multiplicaciones de monomios:

a) $3x^2 \cdot 4x^3 =$

f) $3x^2 y \cdot 6xy^3 =$

j) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} x^3 =$

b) $2x^3 \cdot 4x^3 \cdot 3x^3 =$

g) $(6x^4) : (2x^2) =$

k) $-\frac{1}{2} x^3 \cdot 4x^3 =$

c) $x^3 \cdot x^3 =$

h) $15x^4 : (-3x) =$

l) $-\frac{3}{5} x^2 \left(-\frac{2}{7} x^5 \right) =$

d) $-2x^4 \cdot 3x^3 =$

e) $(-3y^2)(-2y^3) =$ i) $-4 \cdot \frac{3}{4} x^3 =$

m) $\frac{1}{2} x^4 \cdot (-x^3) 2x =$

14) Apliquen propiedades y resuelvan:

a. $(-5x^3) \cdot \left(-\frac{1}{5}x\right) \cdot x =$

b. $(2x^2)^4 \cdot (2x^3)^3 \cdot 2x^2 =$

c. $(3x^5)^2 \cdot 3x^5 + x^{15} =$

d. $(x - 5) \cdot (x - 5) \cdot (x + 5) =$

15) Apliquen propiedad distributiva en las siguientes multiplicaciones:

a. $(5x^2 + 3x - 4) \cdot (-7x) =$

c. $-3x^3 \cdot \left(-x + \frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{27}\right) =$

b. $\frac{1}{2}x \cdot \left(x^3 - \frac{4}{3}x + 8\right) =$

d. $\frac{2}{5}x^2 \cdot \left(25x - \frac{15}{2}x^3 + 5x^2\right) =$

16) Resuelve las siguientes multiplicaciones de binomios:



a. $(4x^3 - 2) \cdot (4x^3 + 2) =$ c. $\left(\frac{1}{2}x - 3\right) \cdot \left(\frac{1}{2}x + 3\right) =$

b. $(2x^2 + 5) \cdot (2x^2 + 5) =$ d. $\left(\frac{1}{4}x^2 - 2\right) \cdot \left(\frac{1}{4}x^2 - 2\right) =$

17) Teniendo en cuenta los siguientes polinomios:

• $P(x) = 2x^2 + x - 5$ • $Q(x) = 4x^2 + 3x - x^4 + 4 + 2x^3$ • $R(x) = x^3 - x$ • $S(x) = -x - 2x^3 + 8 - x^2$

Resuelve:

a. $P(x) \cdot R(x) =$ b. $Q(x) \cdot P(x) =$ c. $S(x) \cdot P(x) =$ d. $R(x) \cdot S(x) =$

18) Multiplica los polinomios y encuentra la regla:

a) $(x + 4) \cdot (x + 4) =$

b) $(x - 4) \cdot (x - 4) =$

c) $(x^3 + 6) \cdot (x^3 + 6) =$

d) $(x^3 - 6) \cdot (x^3 - 6) =$

19) Resolver las siguientes potencias:

1. $(5x)^3 =$ 3. $\left(\frac{1}{3}x^3\right)^2 =$ 5. $\left(\frac{4}{5}x^5\right)^2 =$

2. $(-2x^2)^2 =$ 4. $\left(-\frac{3}{2}x^4\right)^3 =$ 6. $\left(-\frac{1}{4}x^6\right)^3 =$

20) Escribe la expresión polinómica del área de los siguientes cuadrados:

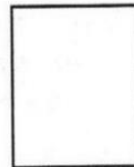
1.

$x - 2$



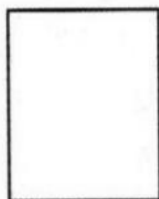
3.

$2x^2 - 3x$



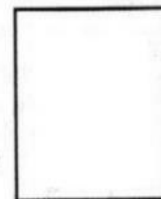
2.

$3x + 1$



4.

$x^3 - 2x$



21) Coloca V o F:



a) $(x+2)^2 = x^2 + 4$

☐

d) $(x+3)^2 = x^2 + 9 + 6x$

☐

b) $(x-3)^2 = x^2 - 6x - 9$

☐

e) $(3x+1)^2 = 3x^2 + 6x + 1$

☐

c) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + x + 0,25$

☐

f) $(-x-1)^2 = -x^2 + 2x - 1$

☐

22) Desarrollar los siguientes cuadrados:

a) $(2x^2 + 3x)^2 =$ b) $(x^3 - x^2)^2 =$ c) $(-5x^4 + x^5)^2 =$

23) Divide los siguientes monomios:

a) $(-10x^4) : (5x) =$

e) $(8x^4) : (4x^4) =$

b) $(-4x^3) : (2x^2) =$

f) $(6x^3 - 12x^2 + 3x) : (3x) =$

c) $0 : (2x^6) =$

g) $(8x^4 - 4x^3 + 16x) : (-4x) =$

d) $(2x^3) : \left(\frac{1}{2}x^2\right) =$

24) Calcula usando Ruffini:

a) $(x^4 + 2x^3 - 8 + 5x) : (x - 3) =$ c) $(2x^3 - 3x^2 + 8 - x^5) : \left(x + \frac{1}{2}\right) =$

b) $(3x^4 + x - 2) : (x - 2) =$ d) $(22 - 3x^2 - x^4 + 9x) : (x + 1) =$

25) Marquen la opción correcta:

a. ¿Cuál es el resto de la división $(-x^3 - 4x + 5) : (x - 2)$?

☐ -9☐ -7☐ 1☐ 21

b. ¿Cuál de las siguientes divisiones es exacta?

☐ $(x^3 - 1) : (x + 1)$ ☐ $(x^3 - 1) : (x - 1)$ ☐ $(x^3 - 2) : (x + 2)$ ☐ $(x^3 - 2) : (x - 2)$

26) Resuelvan mediante Ruffini y verifiquen con el teorema del resto:

a. $(5x^3 - 2x^2 + x - 3) : (x + 1) =$

d. $(2x^4 - 4x^2 + x - 8) : (x - 2) =$

b. $(x^5 - 3x^3 + 4x^2 - x + 2) : (x - 1) =$

e. $(x^6 + 4x^5 - 7x^3 - 3) : (x + 1) =$



3. Factorización de polinomios.

Factor común

- 1) Extraer factor común en cada uno de los siguientes polinomios:

a) $36x^2 - 27x^4 =$

d) $12x^3 + 8x^2 - 20x =$

b) $-12x^3 + 9x^2 - 6x =$

e) $3x^3 + 21x^4b + 18x^5 - 9x^6 =$

c) $18x^3 + 6x^2 + 9x =$

f) $5yx^8 + 10y^4x^5 + \frac{5}{2}y^3x^2 =$

- 2) Completar las siguientes factorizaciones:

a) $4x - 8x^2 + 12 \quad \square = 4x (3x^2 - \square x + \square)$

b) $\square (3x - 2 + 5x^3) = \square - 8x^2 + \square x^3$

c) $\square - x^5 - \square = x^4 (x^3 - 1 - \square)$

d) $(\square + 3x^3 - 2x + 5) \cdot \square = 9\square - 6x^3 + \square + 21x^4$

e) $\square x^4 \cdot (\square x^2 + \square - 5) = -12x^6 - 18x^9 + 30x^4$

Factor común por grupos

- 3) Aplica el caso de factor común por grupos:

a) $x^3 - 5x - 3x^2 + 15 =$

d) $24a^2x^5 + 18a^3x^4 - 30ax^2 =$

b) $12x^3 - 8x^2 - 3x + 2 =$

e) $a^2 + ab + ax + bx =$

c) $10x^3 - 8x^2 + 15x - 12 =$

f) $a^2x^2 - 3bx^2 + a^2y^2 - 3by^2 =$

- 4) Unir cada polinomio con su factorización:

a) $2(x+1) + x(x+1)$	d) $x+1 - x(x+1)$	$(x+1)(2-x)$	$(x-2)(x+1)$
b) $x+1 + x(x+1)$	e) $x(x+1) - 2(x+1)$	$(x-2)(-x+1)$	$(x+1)(x+1)$
c) $x(x+1) - (x+1)$	f) $2(x+1) - x(x+1)$	$(x+1)(x+2)$	$(x-1)(x+1)$
			$(1-x)(x+1)$

Diferencia de cuadrados

- 5) Factorizar las siguientes expresiones:



a) $x^2 - 1 =$	d) $9x^2 - 4 =$	g) $121 - x^6 =$
b) $x^2 - 100 =$	e) $x^4 - 49 =$	h) $36x^8 - 1 =$
c) $25 - x^2 =$	f) $25x^4 - 81 =$	i) $x^{10} - 64 =$

Trinomio cuadrado perfecto

6) Analiza si los siguientes trinomios son trinomios cuadrados perfectos. En caso afirmativo, factorízalos:

- | | |
|--|---|
| a) $1 + 18x + 81x^2 =$ | d) $\frac{1}{9}x^2 + 16 + 8x =$ |
| b) $\frac{4}{9}x^4 - \frac{2}{3}x^2 + 1 =$ | e) $\frac{9}{25} + 4x^4 - \frac{12}{5}x =$ |
| c) $9 - 30x + 25x^2 =$ | f) $4x^2 + 4x + 1 =$ |
| d) $\frac{1}{9}x^2 + 16 + 8x =$ | g) $\frac{1}{81}x^4 + \frac{2}{3}x^2 + 9 =$ |

7) Completar los casilleros para que verifique trinomios cuadrados perfectos:

a) $x^2 + \boxed{} + 36$	d) $16x^2 - \boxed{} + 100$
b) $x^2 - 14x + \boxed{}$	e) $36x + 81 + \boxed{}$
c) $\boxed{} + 20x + 4$	f) $64 - \boxed{} + 36x^2$

Teorema de Gauss

8) Hallar las raíces de los siguientes polinomios aplicando teorema de Gauss:

- $P(x) = 2x^4 + 9x^3 + 9x^2 - 1x - 3$
- $P(x) = x^3 - 3x - 2$
- $P(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$
- $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x - 3$
- $P(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$
- $P(x) = x^3 + 7x^2 + 14x + 8$
- $P(x) = 3x^3 + x^2 - 12x - 4$

4. Función polinómica

1) Factorizar las siguientes funciones e indicar el orden de multiplicidad de cada raíz

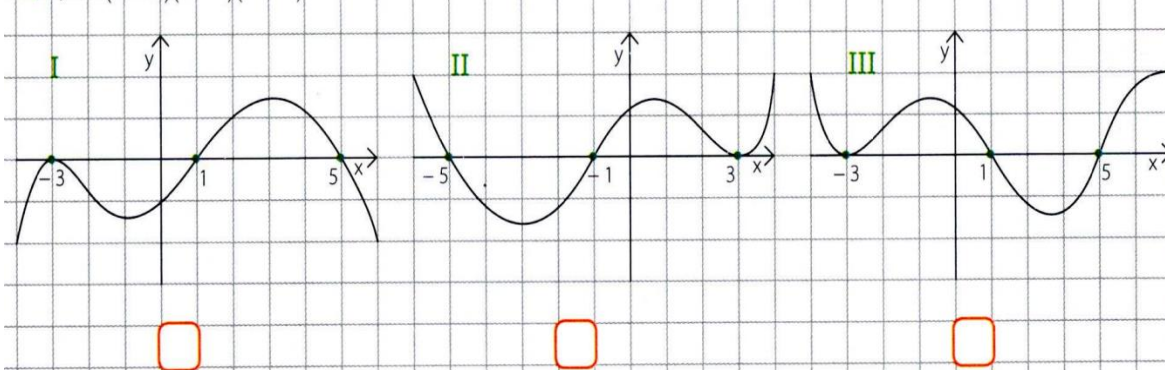
a) $y = x^3 - x^2 - 6x$

b) $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$

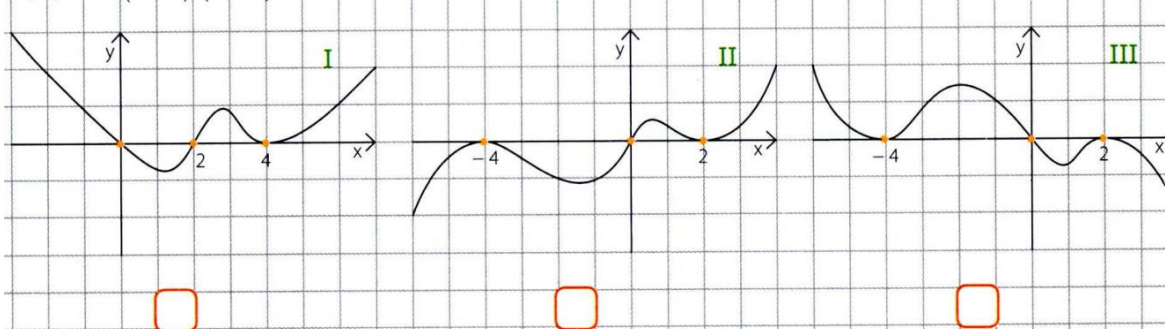
c) $y = x^4 - 5x^2 + 4$

2) Marcar con una X el gráfico que corresponde a cada función:

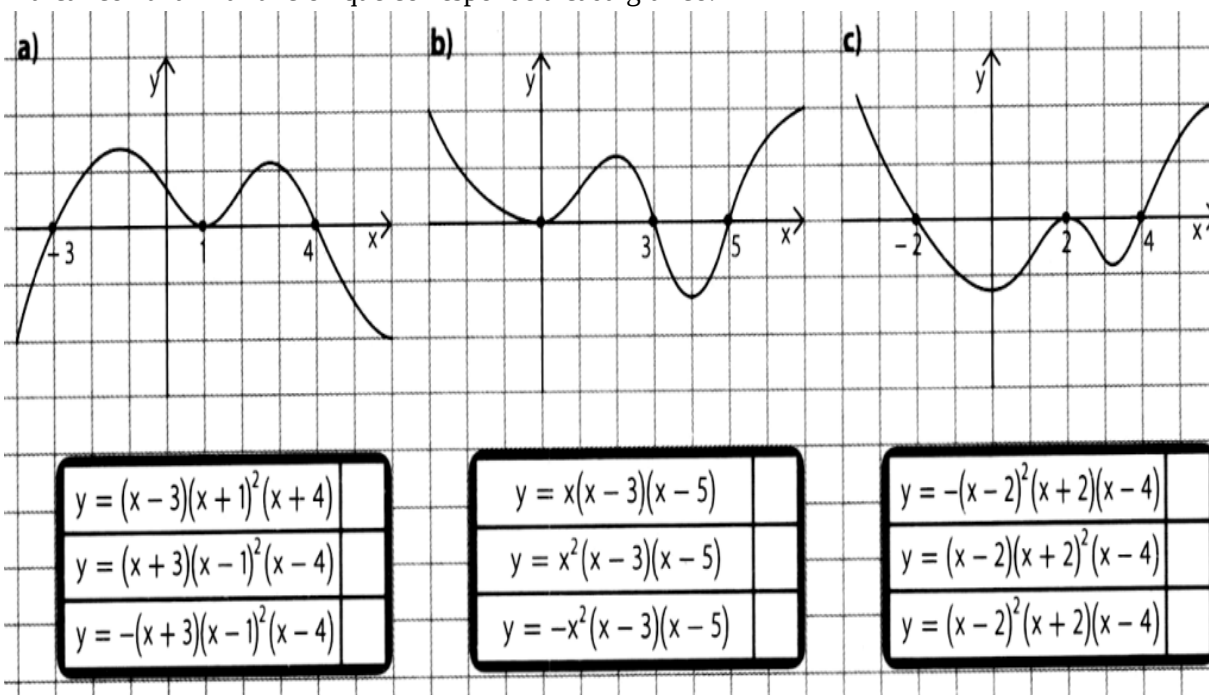
a) $y = (x - 5)(x - 1)(x + 3)^2$



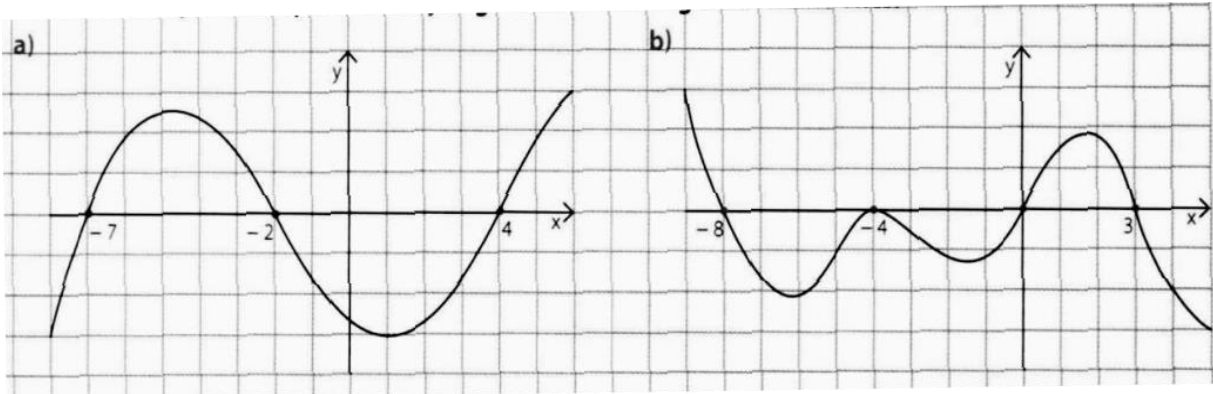
b) $y = x^3(x - 2)^2(x + 4)^2$



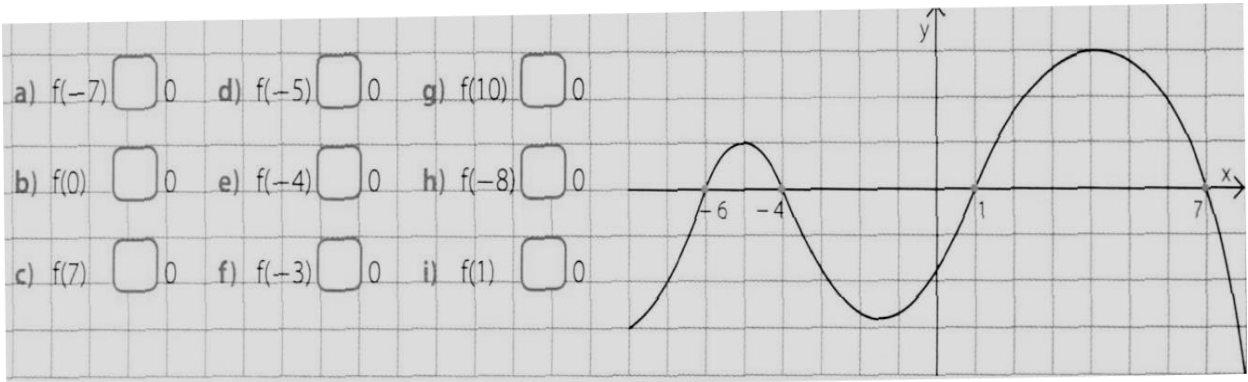
3) Marcar con una x la función que corresponde a cada gráfico:



4) Escribir los conjuntos de positividad y negatividad de cada función:



5) Coloca $<$, $>$ o $=$ según corresponda:



6) Indicar a qué función corresponde cada gráfico:

a. $3 \cdot (x - 2) \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) \square$
 b. $-3 \cdot (x - 2) \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) \square$

GRÁFICO A

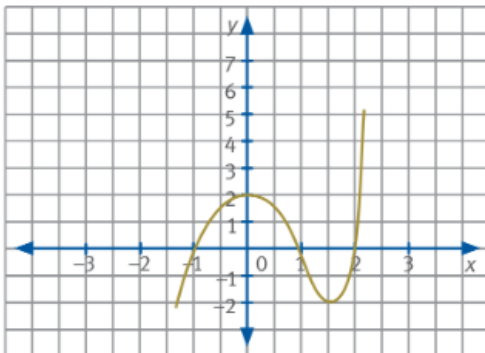
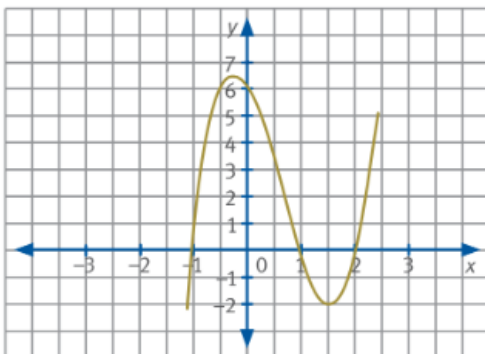


GRÁFICO B



c. $(x + 2) \cdot (x - 1) \cdot (x + 3) \square$
 d. $(x - 2) \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) \square$

GRÁFICO C

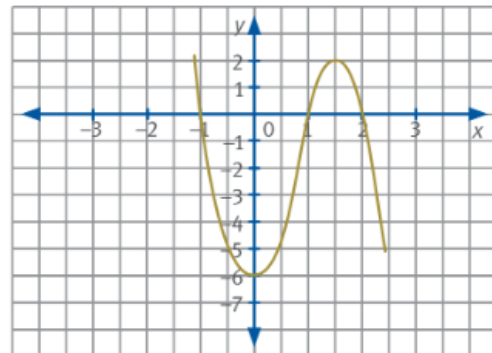
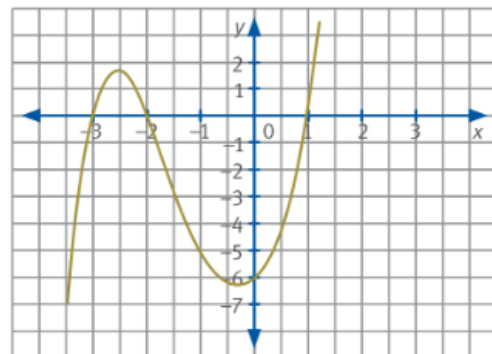


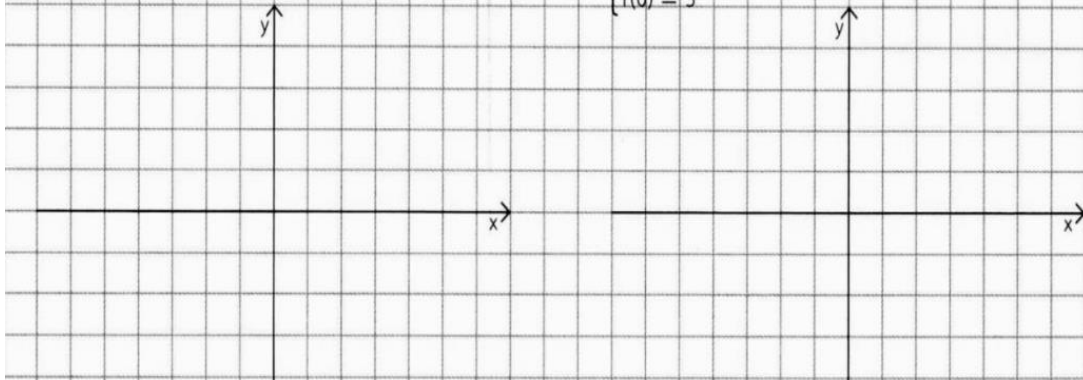
GRÁFICO D



7) Realizar el gráfico aproximado con la información dada:

a) Tres raíces simples
 $C^- = (-\infty; -3) \cup (1; 5)$
 $C^+ = (-3; 1) \cup (5; +\infty)$

b) Grado 3
 $x_1 = 2 \rightarrow$ Raíz doble
 $C^- = (5; +\infty)$
 $f(0) = 3$



8) Realizar el gráfico aproximado y encontrar el conjunto de positividad y negatividad:

a) $y = x^3 - x^2 - 2x$

c) $y = x^4 - 10x^3 + 25x^2$

b) $y = x^3 - 3x + 2$

d) $y = x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 11x - 6$

9) Marquen las opciones correctas:

a. $P(x) = 7 \cdot (x - 3) \cdot (x + 1) \cdot (x + 2)^3$

b. $Q(x) = x^3 \cdot (x + 1) \cdot (x - 5)$

☐ Tiene una raíz en $x = 3$.

☐ Tiene una raíz en $x = 1$.

☐ Tiene una raíz en $x = -3$.

☐ Tiene una raíz en $x = -1$.

☐ Tiene una raíz en $x = -7$.

☐ Tiene una raíz en $x = 0$.

☐ Tiene dos raíces simples.

☐ Tiene dos raíces simples.

☐ Tiene una raíz triple.

☐ Tiene una raíz triple.

☐ Tiene una raíz doble.

☐ Tiene una raíz doble.

☐ Es un polinomio de grado cinco.

☐ Es un polinomio de grado cinco.

10) Coloca V o F:

a) Una función polinómica de grado 3 tiene tres raíces simples.

☐

b) La función $(x^2 + 1)(x - 2)$ tiene una sola raíz real.

☐

c) La función $x^5 \cdot (x + 3)$ corta al eje x en 6 puntos.

☐

d) La función $(x + 1)^2 \cdot (x - 5)^2$ nunca es negativa.

☐

e) La función $(x - 3)^3 \cdot (x + 1)^5$ nunca es positiva.

☐

5. Funciones exponenciales. Logaritmo. Ecuaciones logarítmicas exponenciales

- 1) Analiza la situación planteada y responde:

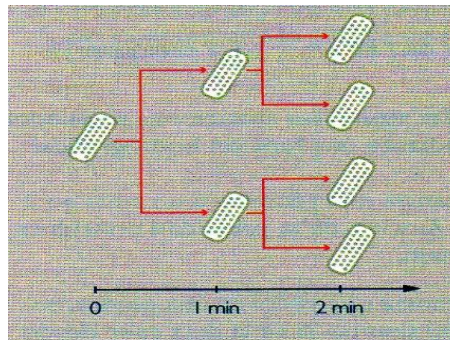
Una fuga de combustible de un barco provocó una mancha de petróleo en la superficie del mar. Esta mancha se expande, con el correr de los días, de tal manera que duplica su área diariamente.

- a. Completa la tabla que muestra el área de la mancha para los primeros 7 días, considerando que se comenzó a observar cuando su área era de 1 m^2 .

Tiempo (días)	0	1	2	3	4	5	6	7
Área (m^2)								

- b. Plantea una expresión que permita obtener el área de la mancha en función del tiempo y úsala para calcular la que ocupará el día 12.

- 1) Situación 2: Las bacterias son microorganismos unicelulares que se reproducen asexualmente mediante un proceso llamado fisión o bipartición: cada bacteria se divide dando lugar a dos nuevas bacterias como se muestra en la figura:



En un laboratorio, estudian la evolución de cierta bacteria y han determinado que bajo ciertas condiciones la bipartición se produce una vez por minuto. Para iniciar un experimento, consiguieron aislar una sola bacteria.

- ¿Cuántas bacterias habrá 2 minutos después de iniciado el experimento?
 - ¿Cuántas bacterias habrá 4 minutos después de haber iniciado el experimento?
 - Realiza una tabla de valores que relacione los minutos transcurridos desde el inicio del experimento y la cantidad de bacterias.
 - ¿Cuántas bacterias tendrá el cultivo luego de 15 minutos?
 - ¿Puede encontrarse una función que relacione la cantidad C de bacterias en función del tiempo t ? ¿Cuál es?
 - Representa en un sistema de ejes cartesianos esta situación.
- 2) Compara teniendo en cuenta lo que plantea el caso y completa lo pedido:

- a. A diferencia de la situación anterior, en la que la variable independiente no toma valores negativos (no tendría sentido hablar de "área negativa"), para la función f dada por $f(x) = 2^x$ se consideran todos los valores reales. Completa la tabla y representa gráficamente.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

- ¿La función tiene raíces? ¿Por qué? _____
- ¿Qué ocurre con las imágenes de f cuando x toma valores negativos cada vez más grandes en valor absoluto? _____
- ¿Cuál es el recorrido de f ? _____

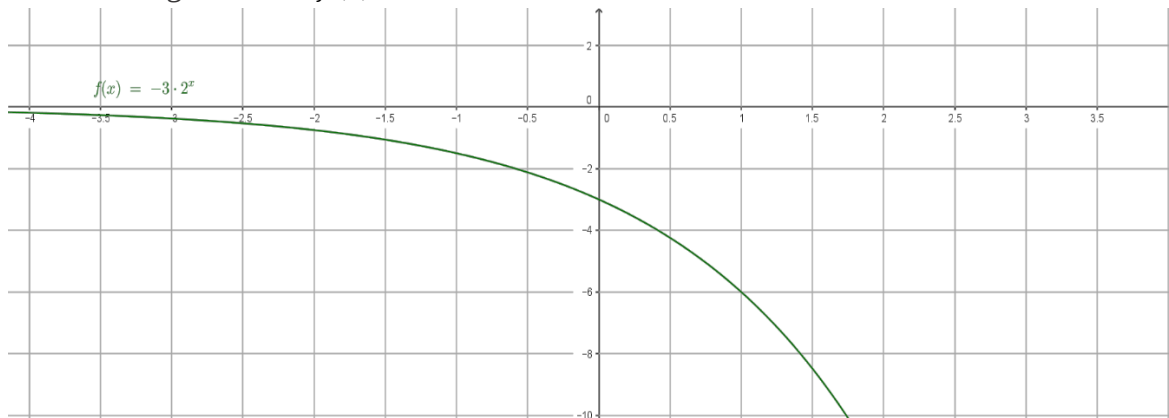
3) Ahora en base a ello, analicemos ciertos comportamientos de esta función: para cada una de las funciones dadas, realiza una tabla de valores entre -3 y 3 con un paso de 0,5.

- $f(x) = 2^x$
- $f(x) = \left(\frac{5}{4}\right)^x$
- $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
- $f(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$

4) En base a la actividad anterior, responde:

- ¿En qué caso una función exponencial es creciente? ¿Cuándo es decreciente?
- Investiga la definición de “asíntota” y contesta, ¿qué tipo de asíntota se observa en este tipo de función? Coloca la asíntota de cada función graficada.
- Teniendo en cuenta el dato anterior, describe el conjunto imagen de cada función graficada.

5) Observa el gráfico de $f(x) = -3 \cdot 2^x$



En base a la actividad anterior, responde:

- ¿Siguen siendo válidas las respuestas del punto 4 a)?
- Completa el cuadro a continuación (sin graficar) teniendo en cuenta lo resuelto en puntos anteriores:

Función	“a”	“k”	Asíntota	Creciente (*)	Decreciente (*)
$f(x) = 2^x - 3$					
$f(x) = -2^x - 1,5$					
$f(x) = -5 \cdot 2^x - 1$					
$f(x) = \frac{3}{2} \cdot 2^x + 1$					
$f(x) = -1,5 \cdot 2^x + 1$					
$f(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^x - 0,5$					
$f(x) = -0,3 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^x - 2,5$					

(*) colocar una cruz donde corresponda.

c) Completar las frases (con creciente/decreciente según corresponda):

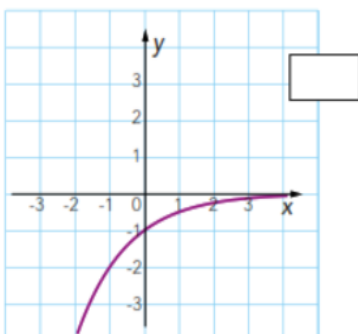
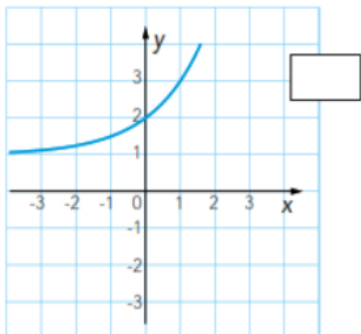
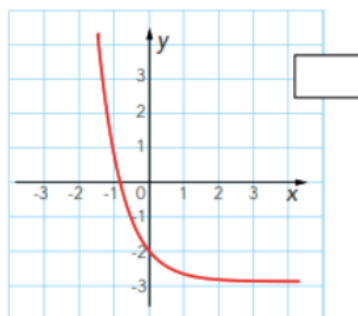
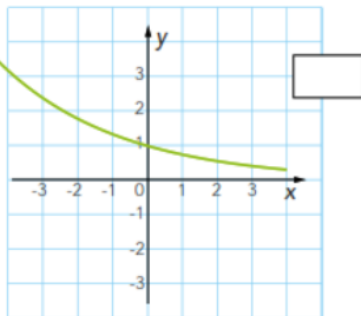
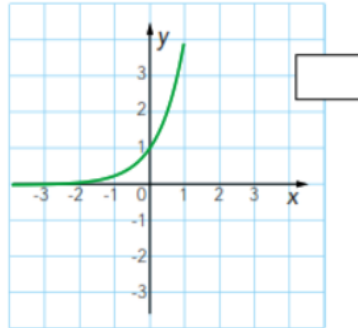
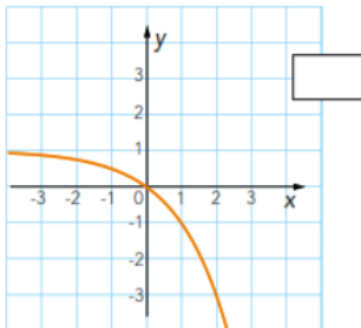
- Con $0 < a < 1$ y $k > 0$, la función es _____.
- Con $a > 1$ y $k > 0$, la función es _____.
- Con $0 < a < 1$ y $k < 0$, la función es _____.
- Con $a > 1$ y $k < 0$, la función es _____.

6) Completa las tablas, grafica en un mismo plano y compara las gráficas exponiendo una conclusión:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y = f(x) = 3^x$	$\frac{1}{27}$			1		9			
$y = f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$		9	3				$\frac{1}{27}$		

- 7) Grafica $f(x) = 2^x - 3$. Esta función, ¿tiene raíz? Para calcular el valor exacto, será necesario conocer otra operación conocida como Logaritmo.
- 8) Asocia cada gráfico con la expresión analítica de la función que representa:

$$f(x) = 4^x \quad g(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x \quad h(x) = 1 + 2^x \quad j(x) = \frac{1}{4^x} - 3 \quad k(x) = -2^x + 1 \quad t(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$$



9) Resuelve lo pedido:

a. Usa el GeoGebra para representar en el mismo sistema los gráficos de f dada por $f(x) = 2^x$, g dada por $g(x) = 2^{(x-1)}$ y h dada por $g(x) = 2^{(x+2)}$.

b. Compara los gráficos y escribe tus observaciones



10) Para pensar:

Javier estudia la reproducción de ciertas langostas. Con lo registrado hasta el momento realizó este gráfico (no consideró las muertes).

a. ¿Cuántas langostas había cuando comenzó el estudio?

b. ¿Cuántas langostas nacieron en el primer mes? ¿Y en el segundo?



c. ¿Qué porcentaje representan los nacimientos del primer mes respecto de la cantidad inicial de langostas? ¿Y los del segundo mes respecto de la cantidad que había en el primer mes?

d. Javier sabe que este comportamiento se mantiene durante algún tiempo y que la cantidad de langostas puede expresarse con una expresión del tipo $P(t) = c \cdot a^t$. Halla c y a .

e. De continuar con este comportamiento, ¿cuántas langostas habría al cabo de un año?

Logaritmos

11) Calcular los logaritmos aplicando definición y en el caso de los logaritmos decimales, utiliza la calculadora:

a) $\log_4 64 =$

c) $\log_6 1 =$

e) $\log_5 \frac{1}{25} =$

g) $\log 0,01 =$

b) $\log_2 \sqrt{2} =$

d) $\log_2 -4 =$

f) $\log_7 7 =$

12) Aplicando definición, hallar el valor de x:

a) $\log_2 64 = x$

b) $\log_2 8 = x$

c) $\log_x 125 = 3$

d) $\log_2 x = 3$

e) $\log_x 16 = 4$

f) $\log_{1/2} 4 = x$

g) $\log_5 x = 2$

h) $\log_3 x = 1$

i) $\log_x 81 = 4$

13) Calcula los logaritmos naturales usando calculadora.

a) $\ln 580 =$

d) $\log 600 =$

b) $\ln e =$

e) $\log 10000 =$

c) $\log 0.0001 =$

f) $\ln 85 =$



14) Teniendo en cuenta las propiedades de los logaritmos, une con flechas:

$\log_2 a < 0$	$a > 1$
$\log_2 a = 0$	$0 < a < 1$
$\log_2 a > 0$	$a = 2$
$\log_2 a = 1$	$a = 1$

15) Calcula los siguientes logaritmos aplicando propiedades. Usa el “cambio de base” cuando no sea posible aplicar otra propiedad

- a) $\log_9 243$ c) $\log_3 3$ e) $\log_{81} 27$
 b) $\log_5 1$ d) $\log_5 5^7$ f) $\log_{128} 1$ g) $\log_6 6^3$

16) Sabiendo que el $\log 7 \cong 0,845$ y $\log 8 \cong 0,903$; calcular aplicando propiedades de los logaritmos:

- a. $\log 64 =$
 b. $\log \frac{8}{7} =$
 c. $\log 56 =$
 d. $\log 70 =$

Función logaritmo

17) Grafica $y = \log_2 x$ mediante una tabla de valores. Puedes usar el software GeoGebra para el armado de la tabla.

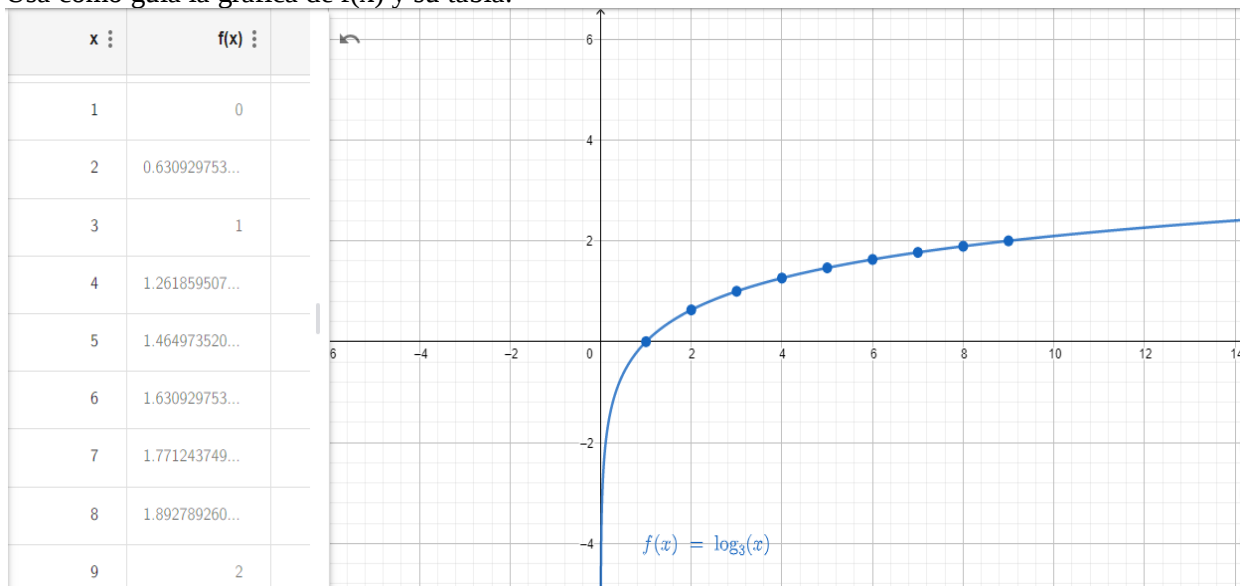
18) Grafica $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ mediante una tabla de valores. Puedes usar el software GeoGebra para el armado de la tabla.

19) ¿Qué conclusiones puedes extraer de las actividades 16) y 17)?

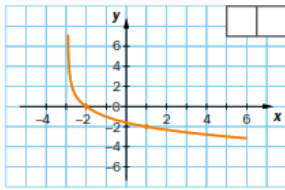
20) Dada la siguiente función $f(x) = \log_3 x$, grafica en un mismo sistema:

- a. $g(x) = \log_3(x + 2)$
 b. $h(x) = \log_3 x - 1$
 c. $k(x) = -\log_3 x$

Usa como guía la gráfica de $f(x)$ y su tabla:

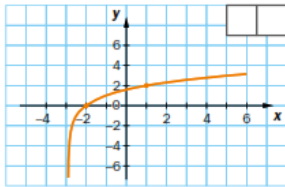


21) Asigne a cada gráfico la descripción y función que le corresponde:



A
Tiene asíntota en $x = -2$
 $\text{Dom } f = (-2; \infty)$
La base de la función es mayor que 1.

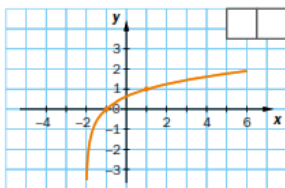
I. $f(x) = \log_2(x + 3)$



B
Tiene asíntota en $x = -3$
 $\text{Dom } f = (-3; \infty)$
La base de la función es menor que 1.

II. $f(x) = \log_3(x + 3)$

III. $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + 3)$



C
Tiene asíntota en $x = -3$
 $\text{Dom } f = (-3; \infty)$
La base de la función es mayor que 1.

IV. $f(x) = \log_3(x + 2)$

22) Dada la función $f(x) = \log_4(x - 1) + 3$, realiza el gráfico y estudio correspondiente de la función.

23) Grafica las funciones dadas:

a. $f(x) = 2^x$ y $g(x) = \log_2 x$ (en un mismo plano)

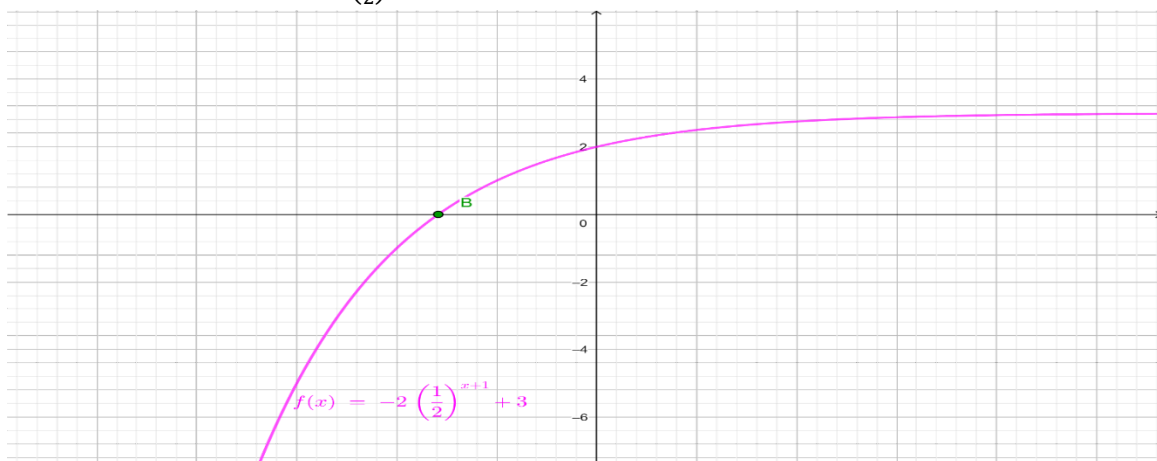
b. $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^3$ y $g(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ (en un mismo plano)

c. ¿Qué conclusiones puedes extraer de los puntos anteriores?

Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

24) ¿Recuerdas el problema del punto 6)? Ahora te es posible conocer el valor de la raíz de una forma analítica. Encuentra dicho valor y realiza un estudio de función, mencionando, crecimiento/decrecimiento, dominio, imagen, conjunto de positividad y negatividad.

25) Dada la función $f(x) = -2\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} + 3$, encuentra el valor del punto B, raíz de esta



26) Analiza la situación planteada y resuelve lo pedido:

a. Representa gráficamente la función f dada por $f(x) = 2^{x+3} - 1$.

b. Usa el gráfico para resolver la ecuación $2^{x+3} - 1 = 3$.

c. Resuelve analíticamente la ecuación $2^{x+3} - 1 = 3$ y compara la solución con la que obtuviste en b.



27) Analiza la situación planteada y resuelve lo pedido:

- a.** Usa el gráfico del ejercicio anterior para resolver la ecuación $2^{x+3} - 1 = 8$.
- b.** Resuelve analíticamente la ecuación $2^{x+3} - 1 = 8$ y compara la solución con la que obtuviste en **a**.

28) Resuelve las siguientes ecuaciones. Puede complementar el documento la lectura del siguiente enlace:
<https://www.geogebra.org/m/pPkxb3fj>

- a. $3^{1-x} = \frac{1}{27}$
b. $2^{3x} - 4 = 8$
c. $4^{x-1} = 5$

29) Se deposita un capital de 5 millones de pesos en un banco al 10% anual. ¿Cuántos años tienen que pasar para que el capital se duplique? Analiza los pasos seguidos y completa la solución:

Desarrollo de la solución:

Lo primero que hacemos es establecer la fórmula de la expresión exponencial.

$C(t) = 5(1 + 0,1)^t$ * el capital resultante se expresa en millones de pesos

Si el capital se duplica $C(t) = 10$ (* nuevamente, expresado en millones de pesos)

Teniendo en cuenta la deducción anterior, nos queda hallar el valor de t en años:

$$5(1 + 0,1)^t = 10$$

$$(1 + 0,1)^t = 10:5$$

$$(1 + 0,1)^t = 2 \rightarrow \text{encuentra el valor de } t$$

30) Resuelve las ecuaciones logarítmicas a continuación:

- a.** $\log_2 x = -1$ **b.** $\log(x - 1) = 2$ **c.** $\ln(2x + 1) = -2$
d. $\log(x + 1) = 0,5 + \log x$ **e.** $-1 + \ln x = 0$ **f.** $\log_{\frac{1}{27}} = -x^2 + 1$

31) Mas ecuaciones: determina el valor de x

- a) $\log_3 9^x = 2$ e) $\log_3 9^{x+3} = 3$
b) $\log 2^x = \frac{3}{2}$ f) $\log 2^{x/2} = \frac{3}{2}$
c) $\ln 3^x = -1$ g) $\ln 3^{x+6} = 3$
d) $\log_2 4^{x+4} = -2$ h) $\log_3 27^{3x+4} = -2$